

# Diseño de Topologías Virtuales en Redes Ópticas. Un enfoque basado en Colonia de Hormigas

**Carlos Insfrán**

Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario San Lorenzo, Paraguay  
Casillas de Correos 1439  
carlos\_insfran@ande.gov.py

**Diego Pinto**

Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario San Lorenzo, Paraguay  
Casillas de Correos 1439  
dpinto@cnc.una.py

**Benjamín Barán**

Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario San Lorenzo, Paraguay  
Casillas de Correos 1439  
bbaran@cnc.una.py

## Abstract

To satisfy the necessity of a large bandwidth a design of Virtual Topologies is required in order to obtain the maximum performance of optical networks. The problem at hand, also known as Routing and Wavelength Assignment (RWA), is solved using a novel approach, based on multiobjective Ant Colony Optimization (ACO), proposing a conversion of the original RWA problem into a problem of traditional routing, modifying the graph that represents the optical network. For the resolution of the RWA problem, this work proposes new versions of the MultiObjective Ant Colony System - MOACS and the Multiobjective Max-Min Ant System - M3AS. Both ACO algorithms simultaneously minimize the total number *hop count* and the total number of *wavelength switching* for a set of given unicast demands. In this way, a set of optimal solutions, know as Pareto set, is calculated in only one run of the algorithms, without *a priori* restrictions.

**Keywords:** Networks, Optical Networks, Virtual Topologies, Ant Colonies and Multiobjective Optimization.

## Resumen

La creciente necesidad de proveer gran ancho de banda, hace crítica la resolución del problema de Diseño de Topologías Virtuales para la obtención del máximo desempeño de las redes ópticas. Dicho problema es conocido como *Routing and Wavelength Assignment* (RWA). Este trabajo propone un novedoso enfoque de resolución del RWA basado en colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization-ACO*), proponiendo una conversión del problema RWA original a un problema de enrutamiento tradicional, modificando el grafo que representa la red óptica. Para la resolución del problema en cuestión, se proponen nuevas versiones del *MultiObjective Ant Colony System* – MOACS y del *Multiobjective Max-Min Ant System* – M3AS. Ambos algoritmos simultáneamente minimizan el número total de saltos (*hop count*) y el número total de longitudes de onda conmutadas (*wavelength switching*) al atender un conjunto conocido de demandas. De esta manera, un conjunto de soluciones óptimas de compromiso, conocido como conjunto Pareto, es calculado por los algoritmos en una sola corrida, sin restricciones *a priori*.

**Palabras Claves:** Redes, Redes Ópticas, Topologías Virtuales, Colonia de Hormigas y Optimización Multiobjetivo.

## 1. INTRODUCCIÓN

La tecnología basada en *Wavelength Division Multiplexing* (WDM) aplicada a las redes ópticas, ha resuelto en gran parte el problema de explotar el enorme potencial del ancho de banda de las fibras ópticas, hoy sub-utilizadas. WDM divide el ancho de banda de una fibra óptica en diferentes longitudes de onda, utilizadas por dispositivos electrónicos que pueden transmitir y recibir datos sin presentar los ya conocidos problemas de *electronic bottlenecks* [1]. Otro problema crítico asociado a la comunicación óptica, de gran interés actual, es la elección de rutas y longitudes de onda para interconectar un conjunto de pares fuente-destino (*lightpath*), de forma a optimizar el desempeño de la red óptica, bajo las restricciones propias de la misma. Este problema es conocido *Routing and Wavelength Assignment* (RWA) o *Virtual Topology Design* [3]. RWA puede ser del tipo estático (Static-RWA) o del tipo dinámico (Dynamic-RWA), dependiendo del tráfico a ser atendido. Como la mayoría de las redes de áreas extensas (*Wide-Area Networks*, WANs) están orientadas a un servicio de tráfico pre-contratado, este trabajo apunta enteramente a la resolución del Static-RWA donde los cambios de reserva de anchos de banda solo ocurren ocasionalmente y no son necesariamente atendidos en tiempo real. Debido a que ambos tipos de problemas pertenecen a la clase de problemas NP-Completo [4], la amplia gama de investigaciones ya realizadas tratan el problema con enfoques heurísticos [3, 5]. Uno de los primeros trabajos en tratar el problema en cuestión [5], propone optimizar el número utilizado de transmisores/receptores y el retardo promedio de fin-a-fin, basado en una heurística conocida como “*Simulated Annealing, SA*”. Saha y Sengupta proponen resolver el *Virtual Static Topology Design* utilizando un simple algoritmo genético (*Genetic Algorithm, GA*) optimizando la suma ponderada del tráfico generado y el número de saltos, entre otros objetivos. Considerando una restricción en la continuidad de longitud de onda [3]. Otro trabajo que utiliza GA [6], presenta una optimización simultánea del número total de longitudes de onda y el retardo promedio, considerando las restricciones de continuidad y el conflicto de longitudes de onda.

Varela y Sinclair proponen el enfoque ACO mono-objetivo para la resolución del problema de enrutamiento, mientras que la asignación de longitudes de onda es tratada utilizando otro método conocido como *greedy method*. Este trabajo minimiza el número requerido de longitudes de onda diferentes (*Network Wavelength Requirement - NWR*) para ubicar todas las solicitudes unicast sobre la red óptica [7].

Con el advenimiento de redes enteramente ópticas se plantean problemas más complejos [2], como ser la restricción de continuidad de longitud de onda, por lo que el problema de Diseño de Topologías se vuelve crítico, al intentar obtener un buen desempeño en la red óptica. Otro problema desafiante es la transmisión multicast, bajo la misma restricción de continuidad. El árbol multicast óptico genera pérdidas de potencia en las bifurcaciones por las divisiones de longitudes de onda, que solo son parcialmente compensadas por los amplificadores ópticos. Básicamente, el problema a resolver es encontrar los árboles ópticos balanceados que optimicen a la vez los recursos de la red óptica. En este contexto, el concepto de *lightpath* es generalizado a *light-tree* donde la red enteramente óptica queda transparente a los usuarios [2].

Entre las distintas aplicaciones prácticas del Diseño de Topologías Virtuales puede mencionarse: *optical multicast, enhanced virtual connectivity, traffic grooming, improved optical network performance*, entre otros [2], por lo que el tratamiento del Static-RWA queda plenamente justificado.

Este trabajo plantea el problema de *Virtual Static Topology Design* (o Static-RWA) en redes ópticas, minimizando simultáneamente: a) *el número de saltos (hop count)* y b) *el número de longitudes de onda conmutadas (wavelength switching)*, bajo restricciones de cantidad de longitudes de onda disponibles. Cabe destacar que Mukherjee et al. consideran que varias solicitudes pueden compartir una misma longitud de onda en el mismo enlace [5].

La Optimización por Colonia de Hormigas (*Ant Colony Optimization, ACO*), se inspira en el comportamiento de las colonias de hormigas naturales durante la búsqueda de su alimento. ACO se ha establecido como una alternativa válida en la resolución de problemas combinatoriales [8]. En consecuencia, este trabajo propone modificar dos algoritmos ACO multiobjetivo para la resolución del Static-RWA, estos son: el *MultiObjective Ant Colony System* (MOACS) [11] y el *Multiobjective Max-Min Ant System* (M3AS), exitosamente utilizados en varios problemas combinatoriales como el *Multicast Routing Problem* [11], *Traveling Salesman Problem* (TSP) [8] y *Vehicle Routing Problem* (VRP) [10], entre otros.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente forma: en la Sección 2 se presenta la definición formal del problema de optimización multiobjetivo, mientras que la formulación del problema es dada en la Sección 3. En la Sección 4 se expone el enfoque de resolución basado en ACO, en la Sección 5 se exhibe al ambiente experimental y los resultados. Finalmente en la Sección 6 se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

## 2. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO

Un Problema de Optimización Multiobjetivo (*Multiobjective Optimization Problem* – MOP) general incluye un conjunto de  $n$  variables de decisión, un conjunto de  $k$  funciones objetivo, y un conjunto de  $m$  restricciones. Las funciones objetivos y las restricciones son funciones de las variables de decisión. Luego, un MOP puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Optimizar} \quad & \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{e}(\mathbf{x}) = (e_1(\mathbf{x}), e_2(\mathbf{x}), \dots, e_m(\mathbf{x})) \geq \mathbf{0} \\ \text{donde} \quad & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \\ & \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y \end{aligned} \quad (1)$$

siendo  $\mathbf{x}$  el vector de decisión, mientras que  $\mathbf{y}$  es el vector objetivo. El espacio de decisión se denota por  $X$ , y el espacio objetivo por  $Y$ .

Optimizar, dependiendo del problema, puede significar igualmente, minimizar o maximizar. El conjunto de restricciones  $\mathbf{e}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}$ , determina el conjunto de soluciones factibles  $X_f \subset X$  y su correspondiente conjunto de vectores objetivo factibles  $Y_f \subset Y$ .

El problema de optimización con un solo objetivo (*Single Optimization Problem* – SOP) consiste en hallar la  $\mathbf{x}$  que tenga el “mejor valor” de  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ . Dentro del contexto multiobjetivo puede que no exista un único mejor valor, sino un “conjunto de soluciones de compromiso”.

Dados dos vectores de decisión  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in X_f$ , se pueden establecer las siguientes notaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{v}) & \quad \text{si y solo si} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}: f_i(\mathbf{u}) = f_i(\mathbf{v}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{f}(\mathbf{v}) & \quad \text{si y solo si} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}: f_i(\mathbf{u}) \leq f_i(\mathbf{v}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{u}) < \mathbf{f}(\mathbf{v}) & \quad \text{si y solo si} \quad \mathbf{f}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{f}(\mathbf{v}) \wedge \mathbf{f}(\mathbf{u}) \neq \mathbf{f}(\mathbf{v}) \end{aligned} \quad (2)$$

En un contexto de minimización, puede darse una de las siguientes tres condiciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \succ \mathbf{v} \text{ (u domina a v)} & \quad \text{sí y solo sí} \quad \mathbf{f}(\mathbf{u}) < \mathbf{f}(\mathbf{v}) \\ \mathbf{v} \succ \mathbf{u} \text{ (v domina a u)} & \quad \text{sí y solo sí} \quad \mathbf{f}(\mathbf{v}) < \mathbf{f}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{u} \sim \mathbf{v} \text{ (u y v no son comparables)} & \quad \text{sí y solo sí} \quad \mathbf{f}(\mathbf{u}) \not< \mathbf{f}(\mathbf{v}) \wedge \mathbf{f}(\mathbf{v}) \not< \mathbf{f}(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (3)$$

Alternativamente,  $\mathbf{u} \triangleright \mathbf{v}$  denota que  $\mathbf{v} \succ \mathbf{u}$  o  $\mathbf{u} \sim \mathbf{v}$ .

Dado un vector de decisión  $\mathbf{x} \in X_f$ , se dice que  $\mathbf{x}$  es no dominado respecto a un conjunto  $Q \subseteq X_f$  si y solo si  $\mathbf{x} \triangleright \mathbf{v}$ ,  $\forall \mathbf{v} \in Q$ . En caso que  $\mathbf{x}$  sea no dominado respecto a todo el conjunto  $X_f$ , y solo en ese caso, se dice que  $\mathbf{x}$  es una solución *Pareto óptima*. Por lo tanto, el conjunto Pareto óptimo  $X_{true}$  puede ser definido formalmente como:

$$X_{true} = \{ \mathbf{x} \in X_f \mid \mathbf{x} \text{ es no dominado con respecto a } X_f \} \quad (4)$$

El correspondiente conjunto de vectores objetivo  $Y_{true} = \mathbf{f}(X_{true})$  constituye el Frente Pareto óptimo. Usualmente,  $X_{true}$  e  $Y_{true}$  no pueden ser calculados en forma exacta en tiempos razonables, por lo que para fines prácticos, se intentará calcular al menos una buena aproximación, conocidos en la literatura como  $X_{known}$  e  $Y_{known}$  respectivamente [12].

## 3. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Para este trabajo, una red de comunicaciones ópticas es modelada como un grafo  $G = (V, E, C)$ , donde  $V$  es el conjunto de nodos,  $E$  es el conjunto de enlaces y  $C$  es el conjunto de longitudes de onda disponibles en cada enlace óptico perteneciente a  $E$ . Sea:

$$\begin{aligned} (i, j) \in E & \quad \text{enlace óptico desde el nodo } i \text{ al nodo } j; \text{ donde } i, j \in V; \\ c_{ij} \in C & \quad \text{número máximo de longitudes de onda diferentes en el enlace } (i, j); \end{aligned}$$

- $u=(s, n)$  solicitud unicast  $u$  con nodo fuente  $s$  y nodo destino  $n$  donde  $s, n \in V$ ;
- $U$  conjunto de solicitudes unicasts, donde  $U = \{u \mid u \text{ es una solicitud unicast}\}$ ;
- $u_{ij}^\lambda$  longitud de onda ( $\lambda$ ) asignada a la solicitud unicast  $u$  en el enlace  $(i, j)$ ;
- $l_u$  camino de luz (*lightpath*) o conjunto de enlaces entre un nodo fuente  $s_u$  y su destino  $n_u$ , con la asignación de longitudes de onda correspondiente en cada enlace;
- $L_U$  solución del problema RWA atendiendo al conjunto  $U$  de solicitudes.

Note que  $L_U = \{l_u \mid l_u \text{ es un conjunto de enlaces con su asignación de longitud de onda}\}$ . En particular,  $L_U$  es la variable de decisión  $x$  presentada en la sección anterior.

Utilizando las definiciones anteriores, el Static-RWA puede ser tratado como un MOP que busca la mejor solución  $L_U$  que simultáneamente minimice las siguientes funciones objetivos:

1- Número total de saltos:

$$y_1 = \sum_{u \in U} \left( \sum_{(i,j) \in l_u} \phi_{ij} \right) \quad \text{donde: } \phi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in l_u \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

2- Número de longitudes de onda conmutadas:

$$y_2 = \sum_{u \in U} \left( \sum_{i \in V} \varphi_{ij} \right) \quad \text{donde: } \varphi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si en el nodo } i \in V \text{ se conmuta } \lambda \text{ para solicitud } u \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6)$$

**Restricción del problema:** Dos transmisiones unicast no pueden atravesar un mismo enlace óptico  $(i, j)$  con la misma longitud de onda  $\lambda$ .

Un ejemplo podrá aclarar la formulación del problema en cuestión y los objetivos considerados.

**Ejemplo 1.** Dada la red óptica presentada en la Figura 1, se solicita acomodar el siguiente conjunto de demandas unicast  $U = \{(0,2) (1,3) (4,2) (3,2)\}$ . La Figura 1 presenta una posible solución  $L_U$  y la Tabla 1 expone los cálculos realizados para hallar el vector objetivo  $y = (y_1, y_2)$  asociados a  $L_U$ .

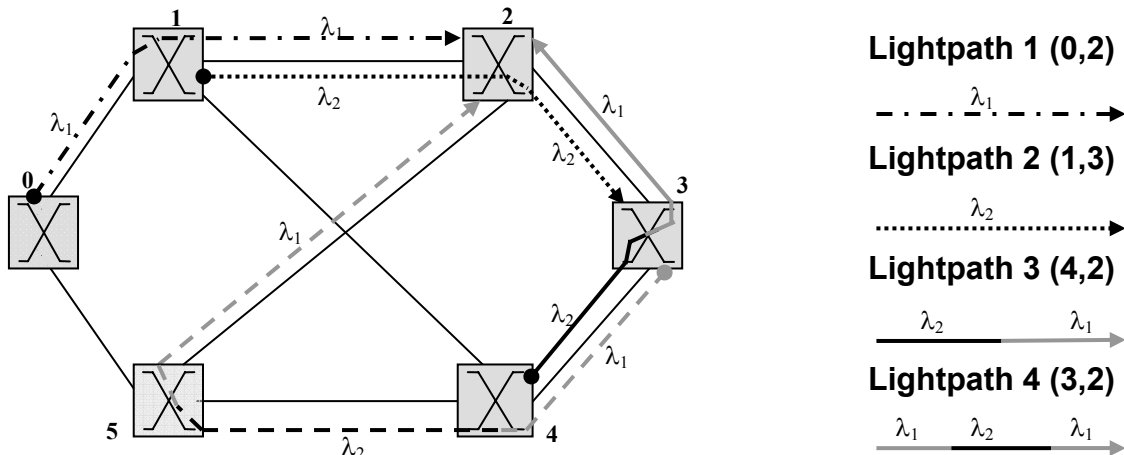


Figura 1. Enrutamiento y asignación de longitudes de onda,  $L_U$ . Observe que los *lightpaths* 1 y 2 no tienen conmutación de longitudes de onda, en cambio el *lightpath* 3 tiene una conmutación en el nodo 3, mientras que el *lightpath* 4 tiene dos conmutaciones de longitudes de onda en los nodos 4 y 5. En esta red óptica se ha considerado dos longitudes de ondas por cada enlace óptico ( $c_{ij}=2$ ).

Tabla 1. Cálculo de las funciones objetivos para el Ejemplo 1.

| Solución $L_U$                    |                  |   |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-----------------------------------|------------------|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $u=(s,n)$                         |                  | (0,2)   |             | (1,3)       |             | (4,2)       |             | (3,2)       |             |             |
| $L_u$                             | $(i,j) \in l_u$  | (0,1)   | (1,2)       | (1,2)       | (2,3)       | (4,3)       | (3,2)       | (3,4)       | (4,5)       | (5,2)       |
|                                   | $u_{ij}^\lambda$ | $\lambda_1$   | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_2$ | $\lambda_2$ | $\lambda_1$ | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_1$ |
| Número de saltos por $l_u$        |                  | 2   |             | 2           |             | 2           |             | 3           |             |             |
| Número de conmutaciones por $l_u$ |                  | 0   |             | 0           |             | 1           |             | 2           |             |             |
| $y_1$                             |                  | $(2 + 2 + 2 + 3) = 9$ saltos                              |             |             |             |             |             |             |             |             |
| $y_2$                             |                  | $(0 + 0 + 1 + 2) = 3$ conmutaciones de longitudes de onda |             |             |             |             |             |             |             |             |

#### 4. OPTIMIZACIÓN POR COLONIA DE HORMIGAS

Los algoritmos de Optimización por Colonia de Hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO), son enfoques inspirados en el comportamiento natural de las colonias de hormigas [8]. ACO ha sido exitosamente utilizado en la resolución de problemas combinatoriales, siendo sus elementos básicos: *las hormigas artificiales* y *la matriz de feromonas*  $\tau$ . La matriz de feromonas  $\tau$  es el medio indirecto que utilizan las hormigas para comunicarse, depositando y censando a la vez feromonas durante un recorrido en la construcción de una solución sobre un grafo  $G(E, V)$ . Básicamente, la elección de un nodo  $j$  mientras una hormiga se encuentra en un nodo  $i$  es dada por la siguiente ecuación probabilística:

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}}{\sum_{\forall g \in N_i} \tau_{ig}} & \text{si el enlace } (i, j) \in E \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (7)$$

donde:

- $\tau_{ij}$  representa el nivel de feromonas depositado en el enlace  $(i, j)$ ;
- $N_i$  es el conjunto de nodos factibles, vecinos del nodo  $i$ .

Estudios realizados en [13], han demostrado que la convergencia hacia la solución óptima utilizando la ecuación (7) es relativamente lenta, quedando en muchas ocasiones estancada en óptimos locales. Para intentar superar este problema, algunos trabajos han propuesto el concepto de visibilidad. La visibilidad en su forma más simple es la deseabilidad en función de algún parámetro asociado a los enlaces. En ese contexto, la elección del siguiente nodo es regido por la ecuación (8).

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{\forall g \in N_i} \tau_{ig}^\alpha \cdot \eta_{ig}^\beta} & \text{si el enlace } (i, j) \in E \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (8)$$

donde:

- $\eta_{ij}$  representa la visibilidad del enlace  $(i, j)$ ,
- $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros que determinan la importancia relativa entre  $\tau_{ij}$  y  $\eta_{ij}$ .

En particular para el Static-RWA, la visibilidad utilizada refleja la deseabilidad de seleccionar un enlace con la misma longitud de onda a la actual. De esta manera, la visibilidad  $\eta_{ij}$  utilizada en este trabajo, queda definida como:

$$\eta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el enlace } \textit{óptico} (i, j) \textit{ no } \textit{conmuta de longitud de onda} \\ \Delta & \text{si el enlace } \textit{óptico} (i, j) \textit{ conmuta de longitud de onda} \end{cases} \quad (9)$$

donde  $\Delta \ll 1$  (en este trabajo se tomo arbitrariamente  $\Delta = 0,01$ ).

Para evitar una convergencia prematura hacia óptimos locales, otros trabajos han introducido el concepto de evaporación de las feromonas. La evaporación es llevada a cabo en la matriz de feromonas  $\tau$  [14] y regida por la ecuación:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} \quad (10)$$

donde:  $0 \leq \rho \leq 1$  es el factor de persistencia de las feromonas.

## 5. ENFOQUE PROPUESTO

Para la resolución del Static-RWA, se propone inicialmente construir un grafo modificado  $G'$ , a partir del grafo que representa la red óptica real  $G$ , de forma a eliminar la complejidad ocasionada en el conflicto de asignación de las longitudes de onda. La modificación del grafo convierte el Static-RWA en un simple problema de enrutamiento. Básicamente, cada enlace óptico  $(i, j)$  que soporta más de una longitud de onda es remplazado por  $c_{ij}$  enlaces independientes, como se observa en la Figura 2 (a) y (b). Luego, los enfoques ACO son aplicados en su forma más simple, para resolver un problema de enrutamiento. En este punto, este trabajo propone la re-estructuración de *dos* algoritmos ACO exitosamente utilizados en otros problemas combinatoriales. Estos algoritmos son: el *MultiObjective Ant Colony System* – MOACS [10] que demostró ser el mejor algoritmo multiobjetivo para el problema del cajero viajante (TSP) bi-objetivo [15], y el *Multiobjective Max-Min Ant System* – M3AS recientemente publicado, logrando un prometedor desempeño [11].

### 5.1 Construcción del Grafo Modificado

Dado un Grafo  $G(V, E, C)$  descrito en la sección 3, se genera su correspondiente  $G'(V', E')$  con  $V'$  nodos y  $E'$  enlaces, sobre el que se resuelve el problema de enrutamiento. Básicamente, cada enlace  $(i, j) \in E$ , con  $c_{ij}$  longitudes de onda  $(\lambda)$ , es descompuesto en  $c_{ij}$  caminos independientes. Para cada camino independiente entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$ , un nodo extra es agregado, éste identifica una posible longitud de onda.

La Figura 2 presenta el caso general de conversión de un enlace óptico. Note que como consecuencia de la conversión, las siguientes expresiones matemáticas sobre el número de nodos y enlaces en  $G'$  son deducidas:

$$|V'| = |V| + \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} \quad \text{y} \quad |E'| = \sum_{(i,j) \in E} 2 * c_{ij} \quad (11)$$

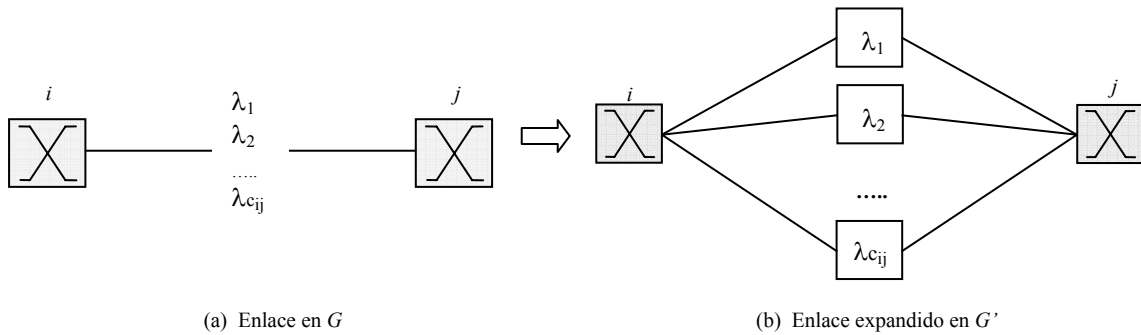


Figura 2. (a) Un enlace  $(i, j)$  del grafo  $G(V, E, C)$  con capacidad de  $c_{ij}$  longitudes de onda diferentes. (b) Caminos en  $G'(V', E')$  resultantes de la modificación, correspondientes para cada longitud de onda.

De forma a facilitar el entendimiento sobre lo arriba expuesto, se presenta el siguiente Ejemplo 2.

**Ejemplo 2.** Dada la red óptica presentada en la Figura 3(a) se solicita acomodar el conjunto de demandas  $U = \{(0,4), (5,3)\}$ , asumiendo que  $c_{ij} = 2$  para todos los enlaces.

El primer paso en la resolución del problema según la propuesta dada, es modificar cada enlace  $(i, j)$  de la red óptica representada por el grafo  $G$ . Este cambio puede observarse en la Figura 3(b), donde el grafo  $G'$  fue construido a partir de  $G$ .

Una vez construido  $G'$  se puede utilizar cualquier método tradicional para acomodar la demanda  $U$ , si fuere posible. Por la restricción impuesta en la sección 3, cada enlace de  $G'$  puede ser asignado a una sola demanda unicast  $u \in U$ .

Después de calcular una solución  $L_U$ , los nodos agregados definen implícitamente la longitud de onda asignada y el enlace óptico al cuál corresponden, para cada respuesta unicast  $u \in U$ . Este mapeamiento de caminos ordinarios y *lightpaths* puede observarse en la Figura 4.

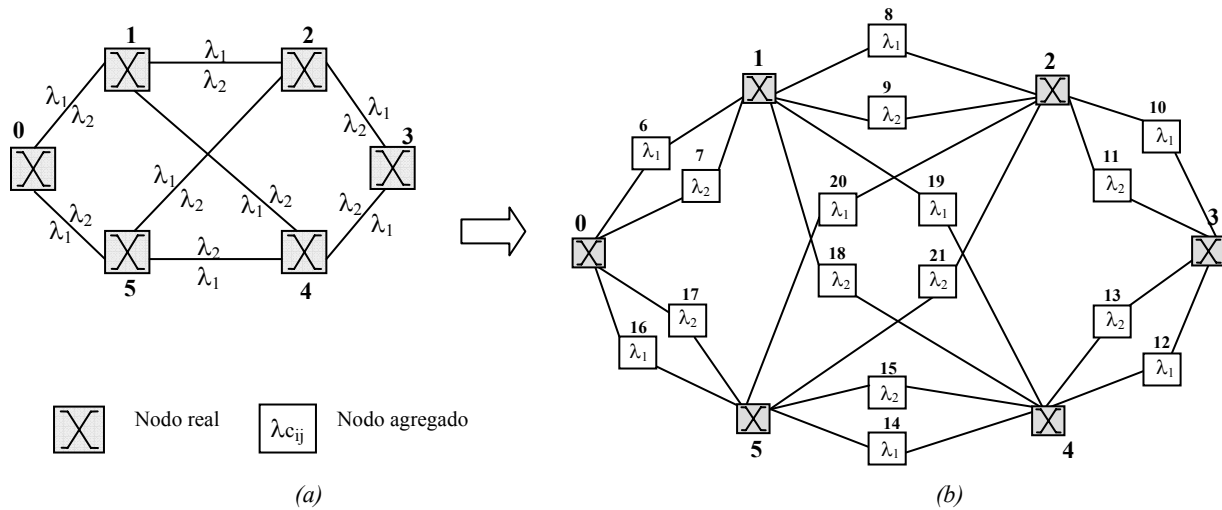


Figura 3. (a) El grafo  $G(V, E, C)$  corresponde a la red óptica real, donde se observa que los enlaces tienen dos longitudes de onda  $(\lambda_1, \lambda_2)$ . Note, que los nodos ópticos pueden conmutar las longitudes de onda. (b) El grafo  $G'(V', E')$  corresponde a la red modificada, donde se han agregado entre cada par de nodos adyacentes del grafo  $G$  dos nodos para formar dos caminos independientes y correspondientes a cada posible longitud de onda.

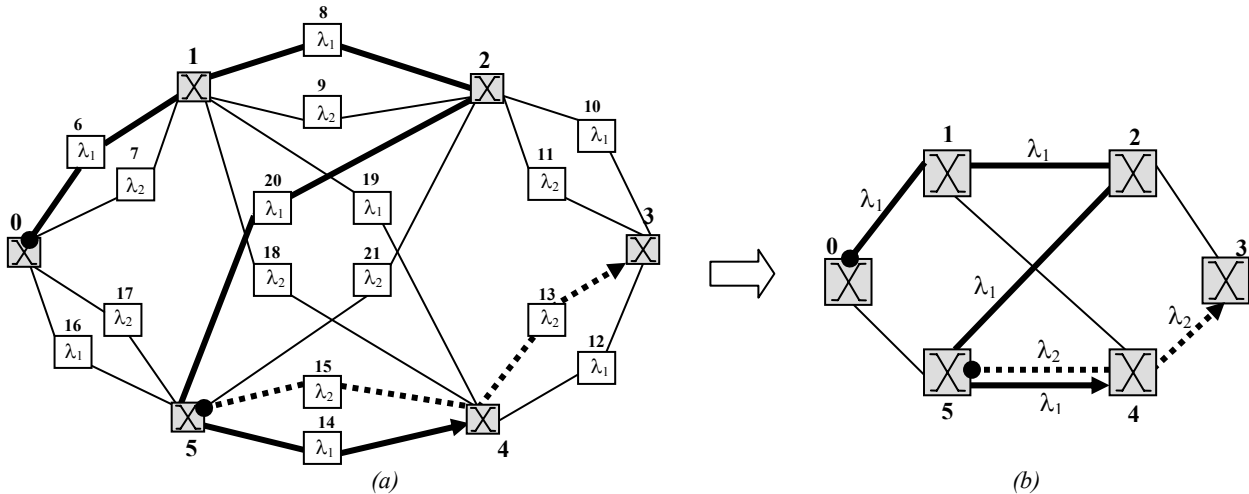


Figura 4. (a) Solución  $L_U$  para el conjunto  $U = \{(0,4) (5,3)\}$  en el grafo modificado  $G'$  (b) Solución  $L_U$  para el conjunto unicast  $U = \{(0,4) (5,3)\}$  en el grafo real, considerando el camino más la asignación de longitud de onda (*lightpaths*). Note que en el camino seleccionado para la solicitud  $u = (5,3)$ , los nodos 15 y 13 en  $G'$  indican la longitud de onda  $\lambda_2$  consecuentemente, en el grafo  $G$  puede observarse que los enlaces  $(5,4)$  y  $(4,3)$  utilizan  $\lambda_2$ .

## 5.2 Multiobjective Ant Colony System – MOACS

El *MultiObjective Ant Colony System* – MOACS ha sido utilizado exitosamente en la resolución de varios problemas combinatoriales [10, 11]. El MOACS se caracteriza por optimizar varios objetivos simultáneamente, para lo cual utiliza una colonia de “w” hormigas artificiales.

Cada hormiga construye una solución sobre un grafo utilizando una regla *pseudo-aleatoria* [10], en la que se aprovecha el conocimiento acumulado en la matriz de feromonas  $\tau$  para realizar búsquedas locales, sin dejar de explorar nuevas zonas del espacio de soluciones. Otra característica del MOACS, es la forma de actualización de la matriz de feromonas  $\tau$ . Ésta es llevada a cabo si el Frente Pareto no fue modificado en la última generación, en caso

contrario  $\tau$  es reiniciado de forma a borrar rastros de malas soluciones que ya fueron eliminadas. La Figura 5(b) presenta el algoritmo MOACS para el Static-RWA.

|  |   |
|--|---|
| <p><b>INICIO M3AS</b><br/> Leer <math>G(V, E, C)</math>, demanda <math>U</math>, parámetros <math>\alpha, \beta</math> y <math>\rho</math>;<br/> Construir <math>G'(V', E')</math>;<br/> <math>\tau_{ij} = \tau_0</math> /* inicializar feromonas<br/> Mientras algún criterio de parada no sea satisfecho<br/> Construir <math>w</math> soluciones <math>L_U</math> /* Ant-RWA<br/> Evaluar <math>y = (y_1, y_2)</math> de cada solución <math>L_U</math><br/> Actualizar <math>Y_{known}</math> con cada solución <math>L_U</math><br/> Cálculo de <math>\tau_{min}</math> y <math>\tau_{max}</math> usando <math>Y_{known}</math><br/> Para todo <math>L_U \in Y_{known}</math>, hacer<br/> <math display="block">\tau_{ij} = \tau_{ij} + \frac{1}{y_1 * (y_2 + 1)} \quad \forall (i, j) \in L_U</math><br/> fin-para<br/> Evaporar feromonas<br/> Cumplir condición <math>\tau_{min} \leq \tau_{ij} \leq \tau_{max}</math><br/> fin-mientras<br/> Retornar <math>Y_{known}</math><br/> <b>FIN M3AS</b></p> | <p><b>INICIO MOACS</b><br/> Leer <math>G(V, E, C)</math>, demanda <math>U</math>, parámetros <math>\alpha, \beta</math> y <math>\rho</math>;<br/> Construir <math>G'(V', E')</math>;<br/> <math>\tau_{ij} = \tau_0</math> /* inicializar feromonas<br/> Mientras algún criterio de parada no sea satisfecho<br/> Construir <math>w</math> soluciones <math>L_U</math> /* Ant-RWA<br/> Evaluar <math>y = (y_1, y_2)</math> de cada solución <math>L_U</math><br/> Actualizar <math>Y_{known}</math> con cada solución <math>L_U</math><br/> Si <math>Y_{known}</math> fue modificado<br/> <math>\tau_{ij} = \tau_0</math> /* inicializar feromonas<br/> Si-no<br/> Para todo <math>L_U \in Y_{known}</math>, hacer<br/> <math display="block">\tau_{ij} = (1 - \rho) * \tau_{ij} + \frac{\rho}{y_1 * (y_2 + 1)} \quad \forall (i, j) \in L_U</math><br/> fin-para<br/> fin-si<br/> Evaporar feromonas<br/> fin-mientras<br/> Retornar <math>Y_{known}</math><br/> <b>FIN MOACS</b></p> |
| (a)  | (b)   |

Figura 5. Optimizadores ACOs utilizados en la resolución del Static-RWA. (a) Algoritmo M3AS (b) Algoritmo MOACS.

### 5.3 Multiobjective Max-Min Ant System – M3AS

El *Multiobjective Max-Min Ant System* – M3AS fue diseñado para la resolución del problema de enrutamiento multicast multiobjetivo [11] y re-estructurado para el problema en cuestión. El M3AS se diferencia de otros ACOs por limitar los niveles de feromonas entre un valor máximo  $\tau_{max}$  y un valor mínimo  $\tau_{min}$ , de forma a evitar la convergencia prematura a óptimos locales [9]. Este es un algoritmo elitista al igual que MOACS, pues solamente las soluciones del Frente Pareto son utilizadas en la actualización de la matriz de feromonas  $\tau$ . La Figura 5(a), presenta el esquema del M3AS.

### 5.4 Ant-RWA

Los ACOs presentados son métodos de optimización independientes al problema tratado. Para particularizarlo al Static-RWA, cada hormiga artificial debe construir los *lightpaths* que constituyen una solución  $L_U$ . En ese contexto, una hormiga artificial para el Static-RWA es llamada genéricamente Ant-RWA, la cuál construye una solución recorriendo el grafo modificado  $G'$ . El algoritmo que representa una hormiga Ant-RWA es presentado en la Figura 6. Básicamente, una hormiga Ant-RWA construye en  $G'$  un camino para cada solicitud unicast  $u$ , hasta atender toda la demanda  $U$ , si es posible. Una vez resuelto el problema en  $G'$ , se lo mapea a  $G$  para obtener los *lightpaths* de la solución  $L_U$ .

El algoritmo Ant-RWA puede ser utilizado por cualquiera de los ACOs propuestos. La diferencia radica en la forma de seleccionar un enlace. Para el MOACS es utilizada una regla pseudo-aleatoria [10] mientras que para el M3AS es utilizada la ecuación convencional (8). Otra diferencia es la evaporación en línea que es llevada a cabo por MOACS. Esto se hace con el fin de incentivar a las hormigas a buscar caminos que no fueron recorridos aún por otras hormigas.



```

INICIO Ant-RWA
Leer  $G'(V', E')$ , demanda  $U$ , parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  y matriz de feromonas  $\tau$ ;
 $L_U = \{\emptyset\}$ ; /* Inicializar solución
Para cada solicitud unicast  $u \in U$  hacer
     $l'_u = \{\emptyset\}$ ; /*  $l'_u$  es el conjunto de enlaces en  $G'$  usados para atender la demanda  $u$ .
     $R = \{\emptyset\}$ ; /*  $R$  es el conjunto de nodos de partidas.
     $R = R \cup s_u$ ; /* Cargar nodo fuente  $s_u$  de  $u$  en el conjunto de nodos de partidas.
    Repetir hasta que ( $R = \{\emptyset\}$  o  $n_u$  fue alcanzado) /*  $n_u$  es el nodo destino de  $u$ .
        Seleccionar aleatoriamente nodo  $i \in R$  y calcular  $K_i$ ; /*  $K_i$  conjunto vecinos factibles al nodo  $i$ .
        Si ( $K_i = \{\emptyset\}$ ), entonces
             $R = R - i$ ; /* Nodo  $i$  no es factible como nodo de partida.
        Sino
            Seleccionar nodo  $j \in K_i$  /* Regla pseudo-aleatoria para MOACS o ecuación (8) para M3AS.
             $l'_u = l'_u \cup \{i, j\}$ ; /* Se va construyendo el camino para atender  $u$ .
             $R = R \cup j$ ; /* Nodo  $j$  es el nuevo nodo factible de partida.
             $\tau_{ij} = (1-\rho)*\tau_{ij} + \rho*\tau_0$ ; /* Evaporación en línea utilizada solo por MOACS.
        fin-si
    fin-repetir
    Si ( $R = \{\emptyset\}$ ) entonces
        Respuesta  $u$  no alcanzada, terminar ciclo principal;
    sino
        Eliminar enlaces no utilizados en  $l'_u$ ;
        Borrar de  $G'$  enlaces utilizados en  $l'_u$ ; /* Atendiendo a la restricción de la Sección 3.
        Mapear  $l'_u \in G'$  a  $l_u \in G$ ; /* Acorde al enfoque dado en el Ejemplo 2.
         $L_U = L_U \cup l_u$ ;
    fin-si
fin-para
Retornar:  $L_U$  si todas las solicitudes fueron atendidas, en otro caso Error.
FIN Ant-RWA

```

Figura 6. Algoritmo Ant-RWA. Este algoritmo construye una respuesta  $L_U$  para los optimizadores MOACS y M3AS. Ant-RWA construye iterativamente cada uno de los caminos  $l'_u$  para cada solicitud unicast  $u \in U$ , luego elimina los enlaces  $(i,j) \in l'_u$  del grafo auxiliar  $G'$ . Finalmente, se mapea la respuesta a  $L_U$  que atiende a la demanda  $U$  en  $G$ .

## 6. AMBIENTE Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

El MOACS y el M3AS fueron implementados sobre una computadora de 350 MHz AMD Athlon con 128 MB de RAM, siendo el compilador usado el Borland C++ V5.02.

Con el objetivo de evaluar los métodos propuestos, fueron resueltos 2 problemas de prueba, en los que se seleccionaron varios conjuntos de demandas unicast  $U$  con diferentes cantidades de longitudes de onda ( $\lambda$ ) soportadas por las redes ópticas. En ese contexto, los parámetros utilizados fueron: 40 hormigas, importancia relativa  $\beta/\alpha=4$ , porcentaje de evaporación  $\rho=0,95$ . Por su parte el MOACS utilizó una probabilidad pseudo-aleatoria de 0,95. El criterio de parada en ambos algoritmos fue de 100 generaciones.

Para cada conjunto unicast  $U$  y capacidad  $c_{ij}$  de longitudes de onda en la red, un conjunto de soluciones óptimas aproximadas al Frente Pareto fue calculado usando el siguiente procedimiento:

1. Cada algoritmo fue ejecutado 10 veces.
2. Un conjunto de soluciones formado por todas las soluciones de las 10 corridas fue obtenido.
3. Las soluciones dominadas fueron eliminadas, y un conjunto aproximado al Frente Pareto llamado " $Y_{known}$ " fue creado.

Luego, cada una de las 10 corridas fue comparada con  $Y_{known}$  para obtener promedios de soluciones aportadas.

## 6.1 Problema de Prueba 1

La topología NSFnet [11] fue utilizada en este primer problema, donde el conjunto de demandas unicast  $U$  y las longitudes de onda soportadas por la red son presentados en la Tabla 3. Esta prueba es dividida en seis Tests correspondientes a seis grupos de demandas con cantidades diversas de longitudes de onda soportada por la red (ver Tabla 3).

Tabla 3. Conjunto de demandas unicast  $U$  a ser acomodadas en la red óptica NSFnet. (a) Red con capacidad constante  $c_{ij}=6$  y (b) con  $c_{ij}=8$ . La columna  $U$  es el conjunto de solicitudes unicast, la columna  $|U|$  indica su cardinalidad, mientras  $|Y_{known}|$  muestra la cantidad de soluciones del Frente Pareto.

| (a) $c_{ij}=6 \forall(i,j) \in E$ |   |               | (b) $c_{ij}=8 \forall(i,j) \in E$ |   |               |
|-----------------------------------|---|---------------|-----------------------------------|---|---------------|
| $ U $                             | $U$   | $ Y_{known} $ | $ U $                             | $U$   | $ Y_{known} $ |
| 10                                | (5,6) (9,4) (3,10) (7,3) (8,2) (4,12) (11,9)<br>(9,11) (0,8) (10,8)   | 1             | 20                                | (8,3) (3,6) (7,0) (3,6) (11, 6) (7,5) (10, 12)<br>(10,2) (0,12) (11,2) (10,2) (3,0) (0,1) (9,0)<br>(4,9) (4,5) (9,3) (2,1) (9,7) (8,4)  | 1             |
| 20                                | (8,3) (3,6) (7,0) (3,6) (11, 6) (7,5) (10, 12)<br>(10,2) (0,12) (11,2) (10,2) (3,0) (0,1) (9,0)<br>(4,9) (4,5) (9,3) (2,1) (9,7) (8,4)  | 1             | 30                                | (2,11) (9,13) (10,6) (12,10) (13,3) (1,10)<br>(11,4) (12,7) (4,5) (6,5) (13,6) (2,6) (6,4) (3,5)<br>(9,4) (12,5) (2,12) (3,9) (12,13) (3,10) (4,7)<br>(8,1) (1,4) (4,12) (11,12) (6,1) (0,1) (1,9) (8,1)<br>(1,2)   | 5             |
| 30                                | (2,11) (9,13) (10,6) (12,10) (13,3) (1,10)<br>(11,4) (12,7) (4,5) (6,5) (13,6) (2,6) (6,4)<br>(3,5) (9,4) (12,5) (2,12) (3,9) (12,13)<br>(3,10) (4,7) (8,1) (1,4) (4,12) (11,12) (6,1)<br>(0,1) (1,9) (8,1) (1,2) | 3             | 40                                | (13,4) (0,9) (8,12) (13,4) (4,10) (2,10) (8,5)<br>(9,12) (2,10) (7,3) (6,10) (2,1) (11,9) (9,11)<br>(8,0) (4,9) (12,7) (6,9) (6,13) (3,5) (8,7) (2,8)<br>(8,6) (3,6) (9,3) (10,12) (13,1) (10,1) (6,7)<br>(5,8) (3,7) (9,10) (6,0) (3,11) (9,3) (9,2) (0,3)<br>(3,10) (2,9) (0,8) | 5             |

En la Tabla 4 se muestran los resultados de las comparaciones del promedio en 10 corridas con  $Y_{known}$ . Puede observarse que en estas pruebas el M3AS tuvo mejor desempeño que el MOACS, pues alcanzó mayor porcentaje de soluciones pertenecientes a  $Y_{known}$ . M3AS obtuvo en promedio el 26,33% de las soluciones de  $Y_{known}$  mientras que MOACS solo 17,33%.

Tabla 4. Comparación de Soluciones obtenidas con  $Y_{known}$  para cada  $U$  en el problema 1. Las pruebas fueron realizadas sobre la topología de red NSFnet.

|                  | $U$ | $c_{ij}$ | Promedio por corrida  |                      |
|------------------|-----|----------|-----------------------|----------------------|
|                  |     |          | $MOACS \cap Y_{know}$ | $M3AS \cap Y_{know}$ |
| Test 1           | 10  | 6        | 100%                  | 100%                 |
| Test 2           | 20  | 6        | 0%                    | 10%                  |
| Test 3           | 30  | 6        | 0%                    | 10%                  |
| Test 4           | 20  | 8        | 0%                    | 20%                  |
| Test 5           | 30  | 8        | 0%                    | 12%                  |
| Test 6           | 40  | 8        | 4%                    | 6%                   |
| Promedio General |     |          | 17,33%                | 26,33%               |

## 6.2 Problema de Prueba 2

Este segundo problema utilizó como red de prueba la NTT network [10]. La Tabla 5 presenta el conjunto de demandas unicast  $U$  con las capacidades de longitudes de onda  $c_{ij}$  asignadas a la red. En ésta prueba se han realizado seis Tests correspondientes a diferentes combinaciones de demandas  $U$  y capacidad de longitudes de onda  $c_{ij}$  para la NTT network.

Tabla 5. Conjunto de demandas unicast  $U$  a ser acomodadas en la NTT network. (a) Red con capacidad constante  $c_{ij}=8$  y (b) con  $c_{ij}=10$ .

| (a) $c_{ij}=8 \quad \forall(i,j) \in E$ |   |               | (b) $c_{ij}=10 \quad \forall(i,j) \in E$ |   |               |
|---|---|---------------|--|---|---------------|
| $ U $                                   | $U$   | $ Y_{known} $ | $ U $                                    | $U$   | $ Y_{known} $ |
| 10                                      | (18,49) (15,1) (11,42) (8,33) (32,10) (37,13)<br>(19,17) (28,31) (40,24) (11,41)  | 2             | 10                                       | (18,49) (15,1) (11,42) (8,33) (32,10) (37,13)<br>(19,17) (28,31) (40,24) (11,41)  | 3             |
| 20                                      | (47,30) (47,48) (23,17) (21,4) (28,42)<br>(54,11) (9,49) (51,12) (11,47) (17,8) (20,50)<br>(3,25) (11,48) (46,30) (18,53) (17,36) (48,9)<br>(18,1) (28,49) (3,29)   | 4             | 30                                       | (47,30) (47,48) (23,17) (21,4) (28,42) (54,11)<br>(9,49) (51,12) (11,47) (17,8) (20,50) (3,25)<br>(11,48) (46,30) (18,53) (17,36) (48,9) (18,1)<br>(28,49) (3,29)   | 6             |
| 30                                      | (0,24) (12,44) (13,15) (19,40) (20,51) (11,3)<br>(25,40) (11,16) (47,18) (6,12) (45,38) (8,22)<br>(33,32) (47,1) (9,6) (30,35) (51,21) (21,15)<br>(30,16) (49,45) (16,27) (17,30) (53,24)<br>(24,18) (42,26) (2,26) (48,29) (29,38) (7,42)<br>(20,54) | 10            | 40                                       | (30,28) (45,31) (8,44) (15,31) (49,1) (39,30)<br>(50,38) (39,21) (43,37) (19,23) (13,43) (14,25)<br>(53,0) (53,31) (26,33) (30,44) (19,30) (50,44)<br>(25,0) (7,26) (3,12) (45,19) (35,36) (49,34)<br>(8,47) (20,37) (10,9) (53,40) (23,8) (3,21)<br>(1,52) (16,19) (12,17) (6,46) (30,17) (30,29)<br>(29,2) (23,1) (48,29) (34,43) | 7             |

Los resultados de las pruebas realizadas en este segundo problema son expuestos en la Tabla 6. En estas pruebas puede notarse también que el M3AS tuvo mejor desempeño al lograr un promedio general de 4,9% de soluciones pertenecientes a  $Y_{known}$ , mientras que el MOACS alcanzó solo el 4,6%, un valor ligeramente menor.

Tabla 6. Comparación de Soluciones con  $Y_{known}$  para cada  $U$  en el segundo problema de prueba sobre la NTT network.

|                  | $U$ | $c_{ij}$ | Promedio por corrida   |                       |
|------------------|-----|----------|------------------------|-----------------------|
|                  |     |          | $MOACS \cap Y_{known}$ | $M3AS \cap Y_{known}$ |
| Test 1           | 10  | 8        | 5%                     | 0%                    |
| Test 2           | 20  | 8        | 7,5%                   | 2,5%                  |
| Test 3           | 30  | 8        | 3%                     | 7%                    |
| Test 4           | 10  | 10       | 3,3%                   | 6,6%                  |
| Test 5           | 30  | 10       | 5,1%                   | 5,1%                  |
| Test 6           | 40  | 10       | 4,2%                   | 8,4%                  |
| Promedio General |     |          | 4,6%                   | 4,9%                  |

Teniendo en cuenta los resultados de las Tablas 4 y 6 correspondientes a las dos pruebas realizadas, puede concluirse inicialmente que el M3AS resulta más prometedor que el MOACS. Este último sin embargo obtuvo un desempeño cercano al M3AS con el problema más grande, la red de la NTT, por lo que debe ser considerado en próximas pruebas que incluyan otras topologías.

## 7. CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS

Este trabajo presenta un nuevo enfoque basado en ACO para la resolución del problema del *Diseño de Topologías Estáticas Virtuales* en redes ópticas. Este problema se reduce al conocido *Routing and Wavelength Assignment Static* (Static-RWA). Los algoritmos re-estructurados para resolver el problema RWA, fueron el MOACS y el M3AS, que optimizan simultáneamente dos funciones objetivos: (a) el número de salto utilizados ( $\gamma_1$ ) y (b) el número de longitudes de onda conmutadas ( $\gamma_2$ ). Este trabajo ha considerado redes ópticas con capacidades de conmutación y multiplexación WDM de longitudes de onda. El enfoque propuesto permite resolver el Static-RWA como un simple problema de enrutamiento. Esto se logra gracias a la modificación del grafo  $G$  original de la red óptica, donde los enlaces con varias longitudes de onda son reemplazados por nodos y enlaces independientes representando diferentes caminos virtuales, uno por cada longitud de onda, generando un grafo modificado  $G'$ . De esta forma la complejidad del problema de asignación de longitud de onda es simplificada. A partir del grafo modificado, los algoritmos ACO pueden ser aplicados con algunas pequeñas modificaciones para la construcción de las soluciones buscadas.

Debido a que este enfoque trata el problema como un problema de optimización puramente multiobjetivo, busca hallar un conjunto entero de solución no-comparables entre sí conocido con Frente Pareto. Este tipo de optimización tiene una especial ventaja sobre otros métodos, como el de suma ponderada u orden lexicográfico, debido a que no necesita restricciones o conocimientos *a priori*, evitando eliminar buenas soluciones.

Los resultados experimentales sobre topología de redes conocidas como la NSF y la NTT network con diferente cantidades de longitudes de onda y diferentes conjunto de demandas unicasts, muestran que el M3AS tuvo un mejor desempeño al calcular en promedio mayor cantidad de soluciones pertenecientes al Frente Pareto.

Como trabajo futuro los autores realizarán más pruebas experimentales con grupos de demandas mayores y diferentes cantidades de longitudes de onda en otras topologías. También se pretende comparar este enfoque con otros métodos heurísticos multiobjetivo. Además, se espera optimizar otras funciones objetivos como la cantidad de transmisores, considerando restricciones como la continuidad de longitud de onda impuesta por redes enteramente ópticas.

**Agradecimiento:** Los autores expresan su agradecimiento a la Prof. Ing. Aurora Nuñez de Maldonado, investigadora principal del proyecto "Comunicaciones Ópticas. Un enfoque basado en Colonia de Hormigas" por el marco para el desarrollo del presente trabajo, y por su intermedio agradecen a la Dirección General de Investigación Científica y Tecnológica de la Universidad Nacional de Asunción por solventar parcialmente esta investigación.

## Referencias

- [1] A. Hamad y A. Kamal. "A survey of Multicasting Protocols for Broadcast-and-Select Single-Hop Networks". IEEE Network, 2002.
- [2] G. Rouskas. "Optical Layer Multicast: Rationale, Building Blocks, and Challenges". IEEE Network, vol. 17, no. 1, pag. 60-65, Enero-Febrero 2003.
- [3] M. Saha y I. Sengupta. "A genetic algorithm based approach for static virtual topology design in optical networks". IEEE Idicom 2005 Conference, Chennai, India, 11-13 Diciembre, 2005.
- [4] I. Chlamtac, A. Ganz y G. Karni. "Lightpath Communications: An Approach to High Bandwidth Optical WANS". IEEE Transactions on Communications. Vol. 40, No. 7, pag. 1171-1182, Julio, 1992.
- [5] B. Mukherjee, D. Banerjee, S. Ramamurthy y A. Mukherjee. "Some Principles for Designing a Wide-Area WDM Optical Network". IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 4, No. 5, Octubre 1996.
- [6] N. Banerjee, V. Metha y S. Pandey. "A Genetic Algorithm Approach for Solving the Routing and Wavelength Assignment Problem in WDM Network". In 3rd IEEE/IEE International Conference on Networking, ICN 2004, Paris, pag: 70-78, Febrero-Marzo 2004.
- [7] G. Varela y M. Sinclair. "Ant Colony Optimization for Virtual-Wavelength-Path Routing and Wavelength Allocation". Proc. Congress on Evolutionary Computation (CEC'99), Washington DC, USA, pag. 1809-1816, Julio 1999.
- [8] M. Dorigo. "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents". IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B, Vol.26, No.1, pag. 1-13, 1996.
- [9] T. Stützle y H. Hoos. "Max-Min Ant System". Future Generation Computer System 16(8): pag. 889-914, Junio 2000.
- [10] M. Schaerer y B. Barán. "A Multiobjective Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows". IASTED International Conference on Applied Informatics, Innsbruck, Austria, 2003.
- [11] D. Pinto y B. Barán. "Solving Multiobjective Multicast Routing Problem with a new Ant Colony Optimization approach". 2nd IFIP/ACM Latin American Networking Conference 2005 - LANC'05. Cali - Colombia. Octubre 2005.
- [12] D. A. V. Veldhuizen y G. B. Lamont. "Multiobjective Evolutionary Algorithms: Analyzing the State-of-the-Art". Evolutionary Computation. Pag. 125-147, 2000.
- [13] M. Dorigo y T. Stützle. "The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications, and advances". In handbook of Metaheuristics, F. Glover and G. Kochenberger, Edit. Noerwell, MA: Kluwer.
- [14] M. Dorigo y G. Di Caro. "The Ant Colony Optimization meta-heuristic". En D. Corne, M. Dorigo, y F. Glover, Editores, New Ideas in Optimization, pag. 11-32. McGraw Hill, London, UK, 1999.
- [15] C. García-Martínez, O. Córdón y F. Herrera, "An Empirical Analysis of Multiple Objective Ant Colony Optimization Algorithms for the Bi-criteria TSP". En M. Dorigo, M. Birattari, C. Blum, L. M. Gambardella, F. Mondada, y T. Stützle, editores, Proceedings of ANTS 2004 -Fourth International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence. Tomo 3172 de LNCS. Springer-Verlag, Bruselas, septiembre 2004.