

# Resolución Paralela Intervalar del Problema de Flujo de Potencia Eléctrica basada en el Método de Newton Intervalar con Bisección Generalizada

**Eustaquio A. Martínez**

amartinez@politec.une.edu.py  
Universidad Nacional del Este  
Casilla de Correos: 340  
Ciudad del Este – Paraguay

**Tiaraju Asmuz Diverio**

diverio@inf.ufrgs.br  
Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul  
Caixa Postal: 15064-91501-970  
Petro Alegre - Brasil

**Benjamín Barán**

bbaran@cnc.una.py  
Centro Nacional de Computación  
Univ. Nacional de Asunción  
Casilla de Correos: 1439 –  
Campus Universitario  
San Lorenzo – Paraguay

## RESUMEN

El presente trabajo propone la paralelización del método de *Newton Intervalar con Bisección Generalizada* para la resolución del Problema de Flujo de Potencia Eléctrica. El criterio de paralelización propuesto se basa en la partición del dominio de la solución en subdominios menores que puedan ser analizados separadamente, utilizando los diversos procesadores disponibles de un sistema distribuido.

El trabajo presenta un método de partición de la región de búsqueda, así como los algoritmos ejecutados en cada procesador de una red de computadoras personales, reportando resultados experimentales con valores razonables de aceleración (*Speed-up*) con respecto a la resolución secuencial de problemas ejemplos, siempre utilizando métodos intervalares.

**Palabras Claves:** Informática en Ingeniería, Procesamiento Paralelo, Flujo de Potencia, Métodos Intervalares, Método de Newton Intervalar con Bisección Generalizada.

## 1. INTRODUCCIÓN

El problema del Flujo de Potencia Eléctrica o Flujo de Carga ha sido exhaustivamente estudiado en el ámbito de la ingeniería eléctrica por su gran importancia para la planificación y el mantenimiento de los grandes sistemas de distribución de energía eléctrica [1, 12, 19]. La idea de un enfoque intervalar es especialmente interesante en este contexto, al considerar la posibilidad de obtener todas las soluciones de un dominio de interés, con alta exactitud y autovalidación [4, 6, 15], así como la posibilidad de representar los parámetros del problema en forma intervalar, en base a los valores físicos con sus respectivos intervalos de confianza, sobre todo con miras a la aplicación del método en el análisis de sensibilidad de un sistema de energía eléctrica [12].

El interés por la Matemática Intervalar va en constante aumento con la cantidad de aplicaciones que se vienen publicando en los últimos tiempos. Así, se tienen ejemplos en varios ámbitos de la ingeniería y la inteligencia artificial [3, 4, 5, 8], así como referencias de su utilización en conjunto con otras herramientas en otras áreas de la ciencia [4, 5].

La matemática intervalar básicamente se define sobre un conjunto de intervalos que pueden representar valores desconocidos o valores continuos, extendiéndose a números complejos, vectores, matrices, funciones y sistemas de ecuaciones, consolidándose inclusive con herramientas computacionalmente maduras [4, 6, 8].

El presente trabajo puede considerarse como una extensión natural de los resultados presentados por los autores en [11], donde se ha propuesto la utilización de la matemática intervalar para la resolución del problema del Flujo de potencia Eléctrica en un contexto secuencial. En dicho trabajo, la viabilidad de la aplicación quedó demostrada a través de los resultados presentados. Como continuación natural de dicha propuesta, aquí se presenta la resolución del problema en el contexto paralelo-asíncrono de una red de computadoras personales, basado siempre en el método de *Newton Intervalar con Bisección Generalizada* [7, 11, 14], sugiriendo de esta forma la escalabilidad del método con el número de procesadores, para la resolución de problemas de mayor envergadura.

La sección 2 presenta el problema de Flujo de Carga. La sección 3 la formula matemáticamente el problema en el ámbito intervalar. La sección 4 presenta una propuesta de resolución paralela y los algoritmos utilizados, quedando para la sección 5 el análisis de los resultados experimentales. Las conclusiones y discusión de los resultados obtenidos se dejan para la sección 6.

## 2. EL PROBLEMA DEL FLUJO DE POTENCIA ELÉCTRICA

El problema del Flujo de Potencia eléctrica puede ser formulado como un sistema cuasilineal de ecuaciones [1]

$$Yx = I(x) \quad (1)$$

donde  $Y$  es la matriz de las admitancias,  $Y = \{y_{ki}\} \in C^{n \times n}$ , con  $y_{ki} = G_{ki} + B_{ki} \in C$  y  $x \in C^n$  representa al vector de las tensiones, e  $I(x)$  el vector de la corriente eléctrica  $I \in C^n$  [11].

En términos generales, el problema se reduce a resolver [1]:

$$P_k = V_k \sum_{i \in K} V_i (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ki} \sin \theta_{ik}) \quad (2)$$

$$Q_k = V_k \sum_{i \in K} V_i (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ki} \cos \theta_{ik}) \quad (3)$$

donde:

$$\theta_{ki} = \theta_k - \theta_i \quad \forall k \in \{1, \dots, n\}$$

$K$  es el conjunto de todas las barras adyacentes a  $k$  y la propia barra  $k$ .

El criterio de parada utilizado es generalmente el desajuste de potencia (o *power mismatch*) que debe ser menor que una tolerancia  $\xi$  especificada [1].

### 3. ENFOQUE INTERVALAR DEL PROBLEMA DEL FLUJO POTENCIA

La utilización de un enfoque intervalar para la resolución paralela de un sistema no lineal (Flujo de Carga o Flujo de Potencia), propuesto en este trabajo, trae consigo algunas ventajas interesantes, como la alta exactitud y la verificación automática [4], así como pruebas de existencia de raíces y unicidad de soluciones [10, 15]. En términos prácticos, esto significa que si estimamos un intervalo como conteniendo soluciones, el método encuentra tales soluciones si existen o indica su inexistencia. En este sentido, se tiene una verificación automática que no poseen los métodos tradicionalmente utilizados. La alta exactitud se da gracias a que el método provee el intervalo de menor diámetro que contiene la solución con la precisión requerida. Entonces, con el enfoque intervalar se puede encontrar la solución del problema estimando un intervalo que se espera contenga una o más soluciones o intervalos cuya unión resulte en la región de búsqueda y el método se encargará de indicar si existe o no dicha solución, como también si es única [15]. Nótese que los métodos puntuales hoy utilizados (por ejemplo Newton-Raphson) no tienen estas importantes características.

En las siguientes subsecciones se hace una breve referencia a las herramientas matemáticas intervalares a ser utilizadas en la propuesta de resolución del problema en forma secuencial y paralela, así como de los algoritmos empleados para el efecto.

#### 3.1 Método de Newton Intervalar

El método de Newton intervalar para sistemas de ecuaciones no lineales es análogo al de una ecuación con una incógnita [11], en el sentido que utiliza un método iterativo que posee las mismas propiedades de convergencia cuadrática [17] y con la ventaja de poder probar la existencia y unicidad de soluciones [8, 9, 10, 14]. Un sistema no lineal puede ser escrito como:

$$F(X) = (f_1(X), \dots, f_n(X))^T = 0 \quad (4)$$

donde

$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$  y  $\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i$  para  $1 \leq i \leq n$ ,  $\underline{x}_i$  y  $\bar{x}_i$  son los límites inferior y superior de  $x_i$ .

El sistema (4) puede ser aproximado a en un sistema intervalar lineal [5, 9, 14]:

$$F'(\mathbf{X}^k)(\tilde{\mathbf{X}}^k - X^k) = -F(X^k) \quad (5)$$

donde:

$\mathbf{X}^k \in \mathbb{I}\mathbb{R}^n$  es el vector intervalar donde se espera encontrar la solución  $X^* \in \mathbb{R}^n$ .

$X^k \in \mathbb{R}^n$  es un vector del intervalo  $\mathbf{X}^k$ , es decir:  $X^k \in \mathbf{X}^k$  (generalmente se toma  $X^k$  como el punto medio de  $\mathbf{X}^k$ ).

$\tilde{\mathbf{X}}^k \in \mathbb{I}\mathbb{R}^n$  es el vector intervalar incógnita que se espera contenga la solución  $X^*$ .

$F'(\mathbf{X}^k) \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times n}$  es la extensión intervalar de la matriz jacobiana de  $F$  en  $\mathbf{X}^k$ .

Del mismo modo que para el caso de una variable [17], calculado  $\tilde{\mathbf{X}}^k$  por resolución de la ecuación (5), la fórmula iterativa del método de Newton intervalar para un sistema con  $n$  variables resulta:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k \cap \tilde{\mathbf{X}}^k \quad (6)$$

Análogamente al caso unidimensional, si  $\mathbf{X}^{k+1} = \emptyset$  (intervalo vacío), entonces queda demostrado que no hay solución en  $\mathbf{X}^k$ .

Para calcular  $\tilde{\mathbf{X}}^k$  resolviendo (5), se puede utilizar cualquier método conocido, como el método intervalar de Eliminación de Gauss o el método Intervalar de Gauss- Seidel [14]. Basado en [11], el presente trabajo utiliza este último.

### 3.2 Método Intervalar para la Resolución del Problema del Flujo de Potencia

Para resolver el problema (5) utilizando el método de Newton Intervalar, se debe encontrar el sistema intervalar correspondiente y escribirlo como en [11]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^k & \mathbf{N}^k \\ \mathbf{J}^k & \mathbf{L}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^k \\ \tilde{\mathbf{V}}^k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta^k \\ \mathbf{V}^k \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^k \\ \Delta \mathbf{Q}^k \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^k & \mathbf{N}^k \\ \mathbf{J}^k & \mathbf{L}^k \end{bmatrix} = F'(\mathbf{X}^k)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^k \\ \tilde{\mathbf{V}}^k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{X}}^k$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^k \\ \Delta \mathbf{Q}^k \end{bmatrix} = F(\mathbf{X}^k) \text{ (Desajuste de Potencia)}$$

$\mathbf{H}, \mathbf{N}, \mathbf{J}, \mathbf{L}$  son las submatrices intervalares expresadas en [11],  $\mathbf{V}$  y  $\theta$  son intervalos.

La región de búsqueda de la solución es dada por [11]:

$$\theta = [-\theta_{max}, \theta_{max}], \mathbf{V} = [-\zeta + 1, \zeta + 1] \quad (8)$$

donde  $\theta_{max} \cong 10^\circ$  y  $\zeta < 1$ , conforme recomendaciones de [19].

El sistema (11) es resuelto en forma secuencial por el algoritmo 2, dado en [11].

## 4. ENFOQUE PARALELO - INTERVALAR DEL PROBLEMA

Los sistemas eléctricos, son de grandes dimensiones, descritas por sistemas no lineales de grandes dimensiones. Esto ha motivado el estudio de técnicas y algoritmos paralelos, de manera a agilizar la solución del problema, disminuir los tiempos de procesamiento y optimizar el uso de los sistemas computacionales existentes [1, 2, 18].

La aplicación de la matemática intervalar en la resolución de este problema mostró ser bastante pesado computacionalmente hablando [11], por lo que el presente trabajo propone la paralelización de su resolución en el ámbito intervalar, de forma a disminuir los tiempos de procesamiento utilizando una plataforma computacional distribuida.

### 4.1. Paralelización

Para resolver un problema en forma paralela, es necesario que el problema sea “paralelizable”. La paralelización se basa en la partición del problema en subproblemas menores, de forma que cada procesador de una computadora paralela o red de computadoras, pueda trabajar en forma simultánea sobre los subproblemas del referido problema. Existe la posibilidad de paralelizar partiendo la región o dominio de búsqueda de la solución de un problema en particular. En el método intervalar la región de búsqueda de la solución es un vector intervalar, por lo que en este trabajo se propone la partición del dominio, de forma que cada procesador se encargue de una parte de la región donde se espera encontrar la solución. Asociado a este criterio existen cuestiones importantes a resolver, como el proceso de partición, el balanceo de la carga y la sincronización [2, 13], tratados en el método propuesto.

En el presente trabajo, cada procesador realiza la búsqueda de la solución en una región en particular, menor que la región de búsqueda original del problema, disminuyendo con esto el tiempo de procesamiento dado que el algoritmo implementado en cada procesador detecta si existe o no solución en su región particular de búsqueda, posibilitando de esta manera su disponibilidad para otras regiones de búsqueda, balanceando la carga de trabajo.

Para establecer la aceleración proveída por el método de paralelización propuesto, optamos por adoptar la medida de aceleración o Speed-Up ( $Sp$ ), definida como la relación entre el tiempo de procesamiento serial y el tiempo de procesamiento paralelo en la resolución de un determinado problema [2, 13].

$$Sp = \frac{\text{Tiempo de Ejecución Secuencial}}{\text{Tiempo de Ejecución Paralela}} \quad (9)$$

### 4.2. Partición del Dominio del Problema

La región de búsqueda en el enfoque intervalar es un vector intervalar donde se estima, estará la solución:

$$\mathbf{X}^0 = (\mathbf{x}_1^0, \dots, \mathbf{x}_n^0)^T \quad (10)$$

donde  $\mathbf{x}_i^0 \in \mathbf{IR}$ , por lo que  $\mathbf{X}^0 \in \mathbf{IR}^n$

La partición de un dominio se basa en el siguiente algoritmo:

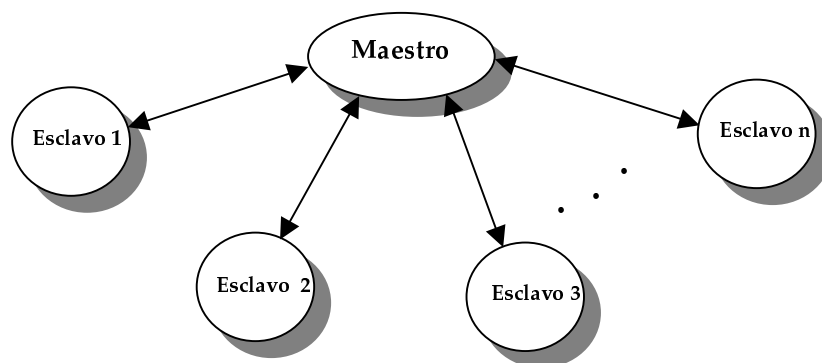
### Algoritmo 1: Partición del Dominio

- (1.1) Leer el vector  $\mathbf{X}^0$  ;
- (1.2) Leer el número de particiones  $np$ ;
- (1.3) Hacer  $k=1$ ;
- (1.4) Seleccionar aleatoriamente un intervalo  $\mathbf{x}_i^0$  ;
- (1.5) Biseccionar  $\mathbf{x}_i^0$ , generar dos vectores con cada mitad y almacenarlo en el archivo de particiones;
- (1.6) Hacer  $k=k+1$ ; {Contador de Particiones}
- (1.7) Si  $k=np$ , entonces Terminar  
Si no, ir al paso (1.4)

### 4.3 Resolución Paralela-Intervalar del problema

La paralelización se basa en un esquema *Maestro/Esclavo*, donde un procesador hace de administrador del sistema, mientras el resto busca la solución en la región que le fuera asignada por el administrador, conforme muestra la Fig. 1. El pseudocódigo para el maestro es presentado en el algoritmo 2 y para un esclavo en el algoritmo 3.

Figura 1: Esquema de Paralelización



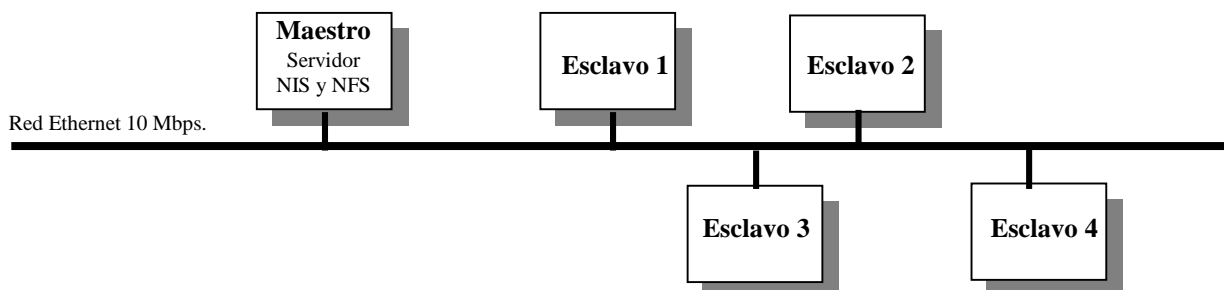
## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el objetivo de verificar la validez de la propuesta se han implementado en lenguaje C los algoritmos de la sección 4, así como toda una biblioteca de las operaciones intervalares, que se han puesto a prueba resolviendo en forma secuencial y paralela los problemas paradigmas de la IEEE de 5 y 14 barras, así como los problemas de Monticelli de 30 barras [1] y el problema combinado de 88 barras. Los mismos también fueron resueltos -en la misma plataforma- en forma secuencial a través del Método de Newton – Raphson (puntual) para efectos de comparación, cuyo análisis ha ratificado que la resolución por el método intervalar es computacionalmente mucho más pesado[11]

## Algoritmo 2: Proceso Maestro

- (2.1) Leer datos del problema;
- (2.2) Leer los vectores intervalares de estimación y apilarlos; *{vectores generados por el algoritmo 1}*
- (2.3) Mientras la Pila de subdominios no esta vacía
  - Desapilar  $\mathbf{X}_i^0$  y enviarlo al proceso esclavo  $i$ ;
- (2.4) Mientras algún proceso esclavo aun esta ocupado
  - Recibir mensaje de cualquier proceso esclavo;
  - Identificar proceso esclavo que envió mensaje;
  - Si  $\mathbf{X}$  es una solución *{  $\mathbf{X}$  mensaje recibido }*
    - Si es solución diferente a las existentes
      - Apilar en la Pila de Soluciones;
      - Incrementar el contador de soluciones;
    - Fin si
    - Marcar como ocioso al proceso de quien se recibió el mensaje;
  - Si no
    - Si  $\mathbf{X}$  es el resultado de una bisección
      - Marcar como ocupado al proceso de quien se recibió el mensaje;
      - Apilar  $\mathbf{X}$  en pila de subdominios;
    - Si no
      - Si  $\mathbf{X} = 0$  *{El proceso que envió mensaje no encontró solución}*
        - Marcar el proceso como ocioso;
      - Fin si
    - Fin si
  - Fin si
  - Si la Pila de estimaciones no esta vacía
    - Desapilar vectores y enviar a procesos esclavos ociosos;
  - Fin si
- (2.5) Fin Mientras
- (2.6) Imprimir Resultados y terminar

Figura 2: Plataforma Computacional



**Algoritmo 3:** Proceso Esclavo ( *Newton Intervalar con Bisección Generalizada* (modificado))

- (3.1) Recibir  $\mathbf{X}^k$  del proceso Maestro  
(3.2) Evaluar  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$  en  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$ ; {  $\mathbf{X}^k$  punto medio de  $\mathbf{X}^k$  }  
(3.3) Evaluar la matriz jacobiana  $\mathbf{F}'(\mathbf{X})$  en  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$ ;  
(3.4) Encontrar  $\tilde{\mathbf{X}}^k$ ; {Resolviendo (5)}  
(3.5) Desde  $j = 1$  hasta  $n$  hacer  
    Calcular:  $x_j^{k+1} = \tilde{x}_j^k \cap x_j^k$ ;  
    Si  $x_j^{k+1} = \phi$ , Enviar  $\mathbf{X} = 0$  al proceso Maestro {no hay raíz en  $\mathbf{X}^k$ } e ir a (3.1);  
    Si no  
        Calcular:  $w_j^{k+1} = (\overline{x}_j^{k+1} - \underline{x}_j^{k+1})^2$ ;  
(3.6) Calcular:  $diam(\mathbf{X}^{k+1}) = \left( \sum_{i=1}^{p+q} w_i \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  
(3.7) Si  $diam(\mathbf{X}^{k+1}) \leq \zeta$ , y  $|F(\mathbf{X}^k)| \leq \xi$ , {una raíz es encontrada}  
    Enviar  $\mathbf{X}^{k+1}$  al Proceso Maestro e ir a (3.1);  
    Si no  
        Si  $diam(\mathbf{X}^k) - diam(\mathbf{X}^{k+1}) \leq \delta$ , entonces  
            Biseccionar el vector;  
            Enviar la mitad al proceso Maestro y mantener la otra mitad para la siguiente iteración;  
        Si no, ir al paso (3.2);  
    Fin si  
(3.8) Ir al paso (3.2)

La Figura 2 muestra la plataforma computacional utilizada para poner a prueba la resolución paralela de los problemas ejemplos. Se trata de una red de 5 PCs con Procesadores Pentium II de 400MHz, 32 MB de memoria RAM, interconectados por una red Ethernet de 10 Mbps, corriendo el sistema Operativo Linux Red Hat versión 6.0, sobre la que se instaló el MPI (Message Passing Interface) para Lenguaje C, implementación MPICH [20]. Todas las máquinas utilizadas son de idénticas características, una de ellas haciendo el papel de Maestro y de Servidor de NFS y NIS [23, 24]. Las demás hacen el papel de esclavos.

En la tabla 1, se presentan los resultados para la resolución secuencial de los problemas ejemplos, utilizando el algoritmo de Newton Intervalar con Bisección Generalizada [11], considerando en todos los casos  $\xi = \zeta = \delta = 0.001$ .



**Tabla 1:** Resultados – Resolución Secuencial – Método de Newton Intervalar con Bisección Generalizada

<b>PROBLEMA</b>	<b>DESAJUSTE DE POTENCIA</b> $ F(\mathbf{X}^k) $	<b>DIAMETRO DE LA SOLUCIÓN</b> $diam(\mathbf{X}^{k+1})$	<b>TIEMPO DE EJECUCIÓN</b> [s]
IEEE - 5	$8.42 \times 10^{-4}$	$3.55 \times 10^{-4}$	$6 \times 10^{-3}$
IEEE - 14	$8.93 \times 10^{-6}$	$8.67 \times 10^{-4}$	0.68
Monticelli - 30	$1.39 \times 10^{-5}$	$1.15 \times 10^{-5}$	0.82
Combinado - 88	$2.48 \times 10^{-5}$	$5.08 \times 10^{-6}$	16.18

Conforme fuera mencionado anteriormente, los problemas ejemplos también fueron resueltos en forma paralela en la plataforma computacional descrita. Los resultados que siguen se realizaron con 3 procesadores. La Tabla 2 muestra los resultados para el caso de 1 Maestro y 2 esclavos con  $\xi = \zeta = \delta = 0.001$ . Experiencias adicionales fueron realizadas con 5 procesadores.

**Tabla 2:** Resultados de la resolución paralela con 3 procesadores

<b>PROBLEMA</b>	<b>DESAJUSTE DE POTENCIA</b> $ F(\mathbf{X}^k) $	<b>DIAMETRO DE LA SOLUCIÓN</b> $diam(\mathbf{X}^{k+1})$	<b>TIEMPO DE EJECUCIÓN</b> [s]*
IEEE - 5	$6.85 \times 10^{-5}$	$2.65 \times 10^{-4}$	0.013
IEEE - 14	$2.41 \times 10^{-6}$	$7.63 \times 10^{-5}$	0.405
Monticelli - 30	$1.99 \times 10^{-5}$	$8.98 \times 10^{-6}$	0.514
Combinado - 88	$2.43 \times 10^{-5}$	$5.19 \times 10^{-6}$	11.982

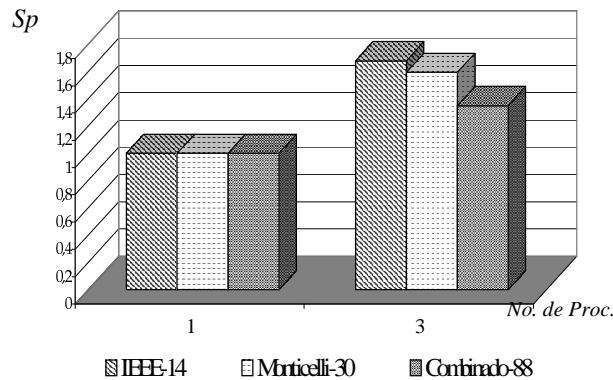
\*Se considera el tiempo de procesamiento del Maestro

En la tabla 3 se presenta las medidas de Speed-Up de acuerdo a (9), para los problemas resueltos con el método propuesto.

**Tabla 3:** Aceleración

<b>PROBLEMA</b>	<b>TIEMPO SECUENCIAL [s]</b>	<b>TIEMPO PARALELO [s]</b>	<b>ACELERACIÓN Sp</b>
IEEE-14	0.68	0.405	1.679
Monticelli - 30	0.82	0.514	1.595
Combinado - 88	16.18	11.982	1.350

**Figura 3:** Aceleración para los 3 problemas ejemplos considerados



En la tabla 1 se puede observar que el desajuste de potencia y el diámetro de la solución son menores que las tolerancias adoptadas para estos parámetros por el método intervalar, lo que asegura la precisión de la solución encontrada, ofreciendo así una ventaja adicional: el desajuste de potencia se obtiene en una solución con el máximo diámetro aceptable. Nótese además que los tiempos de procesamiento son pequeños, al punto de viabilizar la resolución en forma secuencial de problemas de pequeño y mediano porte.

En la tabla 2, comparando los tiempos de procesamiento obtenidos con respecto a los de la tabla 1, se puede notar que los mismos han disminuido considerablemente al realizar el procesamiento en más de 1 procesador, verificándose de esta forma la ventaja de utilizar el método paralelo propuesto con respecto al secuencial. En la misma tabla se puede notar que la precisión de la solución obtenida se mantiene.

En la tabla 3 el *Speed-Up* obtenido para cada problema, hace notar la mejora en el tiempo de procesamiento al utilizar más procesadores.

## 6. CONCLUSIONES

La resolución paralela intervalar del problema del flujo de carga, continua presentando las mismas ventajas que el método secuencia con respecto a los métodos tradicionales, con la ventaja adicional de un menor tiempo de cálculo. Entre las ventajas obtenidas con los métodos intervalares se destacan:

- Dado un intervalo de estudio, si no existe solución, se asegura su inexistencia.
- Si existe más de una solución en el intervalo de estudio, el método puede encontrar todas las soluciones.
- Permite controlar la precisión del resultado obtenido (número de cifras significativas) directamente sobre la incógnita  $X$  y no solamente a través de variables relacionadas (como el desajuste de potencia).

Además, con la reducción de los tiempos de procesamiento se avizoran aplicaciones prácticas en un futuro cercano, a través de implementaciones en ambientes computacionales de fácil acceso y de bajo costo, como son las redes de computadoras personales ejecutando sistemas abiertos (Open Source).

La utilización del método propuesto continua siendo computacionalmente pesado, aunque sea paralelizado. Sin embargo, con el advenimiento de sistemas de procesamiento distribuido y de medios de comunicación más veloces, esta diferencia puede llegar a ser poco significativa. Por esto y por lo expuesto anteriormente, la aplicación de la Matemática intervalar en la Ingeniería viene afianzándose como un área de investigación de gran relevancia.

A partir de estas primeras experiencias utilizando métodos intervalares en el contexto paralelo asíncrono de una red de computadoras personales para resolver problemas prácticos de ingeniería eléctrica, se espera ampliar el campo de aplicación de ésta técnica a otras áreas de la ingeniería, lo que constituye el próximo paso de los trabajos hasta aquí reportados.

## REFERENCIAS

- [1] Barán B., Kaszcurewicz E., Falcão D. M. "Team Algorithms in Distributed Load Flow Computations". *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. Vol. 142, N°6, pg. 583-588, Londres-Gran Bretaña, Noviembre de 1995.
- [2] Barán B., *Estudo de Algoritmos Combinados Paralelos e Assíncronos*, PhD Tesis, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro - Brasil, 1993
- [3] Beheshti M. et al., "On Interval Weighted Three-Layer Neural Networks". Disponible en <http://happy.dt.uh.edu/~hu/Papers/>
- [4] Diverio T. A., *Computação de Alta Exatidão e Alto Desempenho*. Presentado en I Escola de Métodos Formais para Qualidade de Software. Pelotas, Brasil, 1997.
- [5] Gopalan V., Seader J. "Application of Interval Newton's Method to Chemical Engineering Problems". *Reliable Computing* 1(3),pg. 215-223, 1995.
- [6] Höher C., Hölbig C., Diverio T. *Programando em Pascal XSC*. Sagra-Luzato, Porto Alegre, Brasil, 1997.
- [7] Hu C. et al. "A general iterative sparse linear solver and its paralelization for interval Newton Methods". *Reliable Computing* 1 (3), pg. 251-263, 1995.
- [8] Kearfott R. B. "Interval Computation: Introduction, Uses, and Resources". *Euromath Bulletin* 2(1), pg. 95-112, 1996.
- [9] Kearfott R. B. "Interval Newton Methods". *Encyclopedia of Optimization*, 1998

- [10] Kearfott R. "Interval Fixed Point Theory". *Encyclopedia of Optimization*, enero de 1996
- [11] Martinez E. , Diverio T. A., Barán B. "Matemática Intervalar en la Resolución del Problema del Flujo de Potencia Eléctrica", *XXV Conferencia Latinoamericana de Informática*, Memorias Tomo 2, Asunción - Paraguay, 1999.
- [12] Monticelli A., *Flujo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Ed.. Edgard Blucher LTDA, Sao Paulo – Barsil, 1983.
- [13] Mukai H. "Parallel Algorithms for Solving Systems of Nonlinear Equations", *Comp. Math. With Appls.*, pg. 235 – 250, 1981.
- [14] Novoa M., Hu C., Kearfott R. B. "A Review of Preconditioners for the Interval Gauss-Seidel" *Method. Interval Computations* 1(1), pg.59-85, 1991.
- [15] Novoa M. "Theory of Preconditioners for the Interval Gauss-Seidel Method, Existence/Uniqueness Theory with Interval Newton Method, and Formulas for Slopes of Powers", 1993
- [16] Neumaier A., *Interval Methods for Systems of Equations*, Cambridge University Press, 1990.
- [17] Oliveira P., Diverio T. A. , Claudio D.M. *Fundamentos da Matemática Intervalar*. Sagra-Luzzato, Porto Alegre, Brasil, 1997.
- [18] Stevenson W. D. *Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. Mc Graw Hill, 1988.
- [19] Stott B. "Review of Load-Flow Calculation Methods". *Proceedings of the IEEE*, Vol. 62, No 7, pg. 916-929, Julio de 1974.
- [20] Gropp W., Lusk E. User's Guide for MPICH, A Portable Implementation of MPI, *Argonne National Laboratory - University of Chicago*, 1999.