

# Optimización Multiobjetivo para la Ubicación de Locutorios de Cabinas Telefónicas

**Nilton Amarilla**

Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario de San Lorenzo, Paraguay  
Casilla de Correos 1439  
[dmantest@copaco.com.py](mailto:dmantest@copaco.com.py)

**Carlos D. Almeida**

Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario de San Lorenzo, Paraguay  
Casilla de Correos 1439  
[cdad@ieee.org](mailto:cdad@ieee.org)

**Benjamín Barán**

Centro Nacional de Computación  
Universidad Nacional de Asunción  
Campus Universitario de San Lorenzo, Paraguay  
Casilla de Correos 1439  
[bbaran@cba.com.py](mailto:bbaran@cba.com.py)

## Resumen

El problema de localización de centros proveedores de servicios (*facilities*) sobre un área determinada es un problema *NP-hard*, ampliamente estudiado en las literaturas de Investigación de Operaciones. El problema considera un conjunto de lugares factibles en los cuales se puede abrir un centro proveedor de servicio; tales como sucursales de tiendas comerciales, locutorios de cabinas telefónicas, silos, etc. La apertura de estos centros implica un costo de inversión y una presunta ganancia futura que se desean optimizar. A diferencia de las herramientas hasta ahora conocidas para dar solución a problemas de esta naturaleza, el presente trabajo propone la utilización de Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos para la ubicación óptima de locutorios de cabinas telefónicas, garantizando la obtención de soluciones óptimas de varios objetivos simultáneos, a diferencia de los métodos mono-objetivo tradicionales. Este trabajo proporciona una herramienta válida en la obtención de propuestas óptimas de solución, teniendo en cuenta la rapidez con que se pueden encontrar estas soluciones de alta calidad. Resultados experimentales con la ubicación de locutorios de cabinas telefónicas para la ciudad de Asunción validan la presente propuesta.

**Palabras claves:** Ubicación de Locutorios de cabinas telefónicas, Optimización Multiobjetivo, Algoritmos Evolutivos, Pareto.

## Abstract

The facility location problem on a specific area is a NP-Hard problem, widely studied in the Operations Research literature. The problem considers feasible places in which it is possible to locate a facility, like a branch of commercial store, communication centers, warehouses, etc. To open facilities involves cost and revenues that are subject to optimization. In contrast to other known and available tools, this work proposes the use of Multiobjective Evolutionary Algorithms to optimize the location of communication centers, guarantying to achieve the best-compromised solutions, not only for one specific objective, like traditional methods, but for all considered objectives. The present work proved to be a useful tool to calculate optimal solutions, taking into account the quickness to find solutions of high quality. Experimental results with the location of communication centers for the city of Asuncion supports this proposal.

**Keywords:** Location of communication center, Multiobjective Optimization, Evolutionary Algorithm, Pareto.

# 1 Introducción

La apertura del mercado de las telecomunicaciones, en lo que respecta a la explotación de los servicios de telefonía pública, ha producido un auge en la instalación de locutorios de cabinas telefónicas en el Paraguay. En los inicios de la apertura del mercado, debido a la carencia de servicios de esta naturaleza, las zonas comerciales y populosas se constituían en sitios aptos y favorables para la ubicación de estos locutorios y predominando de esta forma criterios meramente intuitivos al momento de escoger los sitios para ubicar estos locutorios. Sin embargo, en la actualidad el mercado se halla saturado de locutorios de cabinas telefónicas en las zonas comerciales, con la consecuente caída de la rentabilidad en la mayoría de los casos. Como resultado del crecimiento desorientado de estos servicios, desde el punto de vista de la demanda, se tiene un mercado congestionado en donde los proveedores de servicio de este rubro producen un desbordamiento por sobre la demanda en algunas zonas, sin que ello implique la inexistencia de demanda insatisfecha o una disminución de la misma en otras áreas.

El presente trabajo, pretende dar solución a la problemática planteada buscando crear una herramienta que permita ubicar un número determinado de locutorios de cabinas telefónicas, teniendo en cuenta la metodología empleada para la Optimización Multiobjetivo en la Planificación de Centrales Telefónicas [1], de forma a minimizar el costo de inversión inicial, maximizar las ganancias mensuales respectivas y minimizar el tiempo de recupero de la inversión. Todo esto, basado en datos de densidad poblacional, demanda de tráfico telefónico, densidad telefónica, densidad de locutorios de cabinas telefónicas y costos de infraestructura requerida.

Ya en la década de los años sesenta, los problemas de localización de recursos o centros proveedores de servicios fueron ampliamente estudiados en la literatura de Investigación de Operaciones; tales como programas heurísticos para localización de depósitos y optimización de redes [17], la búsqueda de soluciones enteras para programas lineales [18], localización de fábricas [4] y otros trabajos que establecen modelos para la localización y número de fábricas [15, 16]. En la actualidad estos problemas son conocidos como *facility location problems* [6], y son caracterizados por los siguientes cuatro elementos:

- un conjunto de sitios, donde es factible ubicar centros proveedores de servicio;
- un conjunto de puntos de demanda (clientes), que deben ser asignados para recibir servicio;
- una lista de requerimientos a ser cumplidos por los centros proveedores de servicio y los clientes que reciben ese servicio, y
- una función que asocie a cada conjunto de centros proveedores de servicio los costos incurridos por habilitación de los centros y asignación de clientes.

En los problemas de este tipo, el objetivo es encontrar un conjunto de centros proveedores a ser habilitados, de forma a optimizar una función de costo dada. Dentro de este contexto se han desarrollado una variedad de trabajos que dan solución al problema [7, 14], en su mayoría basados en algoritmos de aproximación ( *$\rho$ -approximation algorithm*) [9, 11, 13], que son algoritmos de tiempo polinómico que encuentran una solución factible con el valor de la función objetivo, dentro de un factor  $\rho$  del óptimo [9]. Como se puede notar, en todos los casos citados se da solución al problema, optimizando un único objetivo, específicamente, minimizando costos.

A diferencia de los trabajos referenciados, este trabajo propone resolver el problema de localización optimizando múltiples objetivos. En tal sentido, se ubicarán un conjunto de locutorios de cabinas telefónicas, considerando simultáneamente tres objetivos:

1. el costo inicial de ubicar una cantidad calculada de locutorios de cabinas telefónicas;
2. la ganancia mensual de cada uno de los locutorios ubicados, y
3. el tiempo de recupero del capital invertido en el conjunto de locutorios.

La optimización simultánea de estos objetivos en la búsqueda de soluciones se realizará utilizando Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos que permitan encontrar soluciones al problema de referencia, optimizando todos los objetivos propuestos al mismo tiempo. En contrapartida a una solución mono-objetivo, la solución que se busca es un conjunto de soluciones Pareto que contiene a todas las soluciones de compromiso, obtenidas al considerar simultáneamente todas las funciones objetivos. En consecuencia, el responsable de la toma de decisiones obtiene un conjunto de posibilidades óptimas, en el sentido Pareto, para elegir la solución que mejor se adecue a sus necesidades. Una importante ventaja de esta metodología es que los tiempos de corridas de estos algoritmos evolutivos son considerablemente más cortos que los requeridos para calcular un conjunto similar de soluciones Pareto, utilizando repetidamente otros métodos mono-objetivos. El presente trabajo, propone la optimización del problema planteado utilizando un Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo basado en el *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* - SPEA2 [22].

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: En la sección 2 se formula matemáticamente el problema, exponiendo algunos conceptos relativos a la optimización multiobjetivo, el método utilizado para ubicar los locutorios de cabinas telefónicas, y el problema de prueba. En la sección 3, se describe el Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo propuesto. En la sección 4 se presentan los resultados experimentales obtenidos y su interpretación. Finalmente, se concluye el trabajo en la sección 5.

## 2 Formulación Matemática del Problema

En esta sección se definen algunos conceptos relativos a la optimización Multiobjetivo, se resume el procedimiento realizado para encontrar estas soluciones y se presenta el problema de prueba.

### 2.1 Optimización Multiobjetivo

El problema de optimización Multiobjetivo tratado en este trabajo se define de la siguiente forma [1, 3, 5]:

$$\text{Optimizar } \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x})) \quad (1)$$

donde

- $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \in X \subset \mathbb{N}^n$  representa el vector de decisión;
- $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \in Y \subset \mathbb{N}^3$  representa el vector de objetivos;
- $f_1(\mathbf{x})$  ... costo inicial de ubicar un número calculado de locutorios;
- $f_2(\mathbf{x})$  ... suma de las ganancias mensuales de cada uno de los locutorios ubicados;
- $f_3(\mathbf{x})$  ... tiempo de recupero del capital invertido en el conjunto de locutorios;
- $X$  ... espacio de variables de decisión;
- $Y$  ... espacio de objetivos;
- $n$  ... número máximo de locutorios de cabinas telefónicas;
- $m$  ... número máximo de cuadrículas en que se divide el área en estudio;
- $x_i$  ... designa la ubicación de un locutorio dentro del área en estudio ( $0 \leq x_i \leq m$ );

En un contexto multiobjetivo [3] se dice que un vector objetivo  $\mathbf{y}$  domina a otro  $\mathbf{y}'$  si por los menos es tan bueno como aquel, o mejor que aquel, en todos los objetivos.

Una solución  $\mathbf{x}^* \in X$  es Pareto óptima si no existe otra  $\mathbf{x} \in X$  tal que  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$  domine a  $\mathbf{y}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ . El conjunto de todas las soluciones Pareto óptimas es denominado conjunto Pareto óptimo  $PO$  ( $PO \subset X$ ), y su imagen, Frente Pareto  $FP$  ( $FP \subset Y$ ).

### 2.2 Ubicación de Locutorios de Cabinas Telefónicas y Problema de Prueba

El problema de la ubicación óptima de locutorios de cabinas telefónicas consiste en encontrar el número óptimo de locutorios de cabinas telefónicas y la mejor ubicación de las mismas, en un área de estudio (una ciudad determinada, Asunción para este trabajo), de forma a minimizar el costo integral de inversión inicial, maximizar las ganancias mensuales del conjunto y minimizar el tiempo de recupero del capital invertido.

El área de la ciudad a ser atendida se divide en  $m$  cuadrículas típicamente de 500 m de lado. A cada una de estas cuadrículas se le asigna un valor de fila y columna, conformando una matriz de datos. A cada elemento de esta matriz se asocian cinco valores: *Población*, que es la cantidad de habitantes existente en cada cuadrícula; *Teléfonos*, que es la cantidad de teléfonos residenciales existentes; *Cabinas*, que es la cantidad de locutorios de cabinas telefónicas que ya existen; *Zonas Comerciales*, que indica la naturaleza comercial o cultural de cada cuadrícula; y *Costo del Terreno* (por metro cuadrado). Los datos citados se obtuvieron a partir de datos oficiales disponibles sobre el área en estudio; que para el presente trabajo, será la ciudad de Asunción, capital de la República del Paraguay [10].

Debido a que el plano del área en estudio tiene en general una figura geométrica irregular, muchas cuadrículas caen fuera de los límites de la ciudad o en zonas no habitadas, con ríos, lagos o montañas. Por lo tanto, utilizando técnicas de matrices esparzas, a todas las cuadrículas que quedan fuera de la ciudad se les asigna un indicador de cuadrícula no válida (*flag*) y no se las cuenta entre las  $m$  cuadrículas válidas.

De esta forma, obtenemos una matriz  $M \in \mathbb{N}^{m \times 7}$  con una fila por cada una de las  $m$  cuadrículas válidas y 7 columnas con información por cuadrícula, de:

- 1ª columna: fila para su ubicación en el mapa (coordenada de *abscisa*);
- 2ª columna: columna para su ubicación en el mapa (coordenada de *ordenada*);

- 3ª columna: población actual (dato utilizado para estimar demanda);
- 4ª columna: cantidad de teléfonos residenciales (dato utilizado para estimar requerimiento de líneas);
- 5ª columna: cantidad de locutorios de cabinas telefónicas (competencia de otros proveedores);
- 6ª columna: denotación de zona ( 1 indica zona comercial, 0 zona residencial) para estimación de tráfico;
- 7ª columna: costo del terreno (utilizado para estimar un costo de alquiler).

La estimación de requerimiento de líneas para cada una de las cuadrículas es obtenida considerando la densidad de teléfonos residenciales, la densidad de locutorios de cabinas telefónicas ya existentes, la densidad poblacional, y la denotación de la zona para establecer una estimación de tráfico acorde, siendo ésta igual a 0,03 Erlang por abonado para las zonas residenciales e igual a 0,05 Erlang por abonado para las zonas comerciales o culturales [19]. De ésta forma el tráfico cursado medido en Erlang por cada cuadrícula es obtenida por la siguiente expresión:

$$a = 0,1 \cdot pob \cdot traf \quad (2)$$

donde:

0,1 ...índice de penetración estimada de demanda;

pob ...población de cada cuadrícula;

$$traf = \begin{cases} 0,03 & \text{si la zona es residencial} \\ 0,05 & \text{si la zona es comercial o cultural} \end{cases}$$

Los valores de tráfico cursado, calculados para cada cuadrícula según la ecuación (2), son sometidas a la fórmula de Erlang B dada en la ecuación (3) [13], con un grado de servicio del 10% para estimar la cantidad de líneas telefónicas necesarias.

$$B = \frac{\frac{a^N}{N!}}{\left[ 1 + \frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!} + \dots + \frac{a^N}{N!} \right]} \quad (3)$$

donde:

B ...grado de servicio;

N ...número de líneas necesarias para cursar el tráfico  $a$  estimado.

Los datos de cantidad de líneas necesarias para cada una de las cuadrículas sobre el área de estudio son almacenados en una matriz denominada matriz *Escasez*, a partir de la cual se genera la población de soluciones iniciales para el algoritmo evolutivo empleado, el cual se lleva a cabo con la implementación del algoritmo heurístico mostrado en el pseudocódigo 1 de la sección 3.1.

El costo de implementación del número total de locutorios de cabinas telefónicas, distribuidas en toda el área de estudio, es calculado de la siguiente forma [1]:

$$y_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{nl} \sum_{t=1}^m c_{it} \cdot h_{it} \quad (4)$$

$$h_{it} = \begin{cases} 1 & \text{si la demanda del sitio } x_i \text{ es asignada al locutorio } x_i \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

donde:

nl ... número de locutorios que contiene la solución  $\mathbf{x}$ , en el caso de este trabajo  $6 \leq nl \leq nmax$ ;

nmax ... número máximo de locutorios a ubicar en el área de estudio;

$c_{it}$  representa el costo por locutorio y está estimado en este trabajo por la siguiente fórmula:

$$c_{it} = (1,9 + 0,8J_i + ct_i)w_i \quad (5)$$

donde:

$l_i$  ... número de líneas telefónicas necesarias en la cuadrícula  $x_i$  donde se ubica el locutorio  $x_i$  (de la matriz *Escasez*);

$ct_i$  ... costo de alquiler de la cuadrícula  $x_i$  donde se ubica el locutorio  $x_i$ ; y

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{si se ubica un locutorio en el sitio } x_i \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Cabe mencionar que la expresión de costo (5) fue obtenida haciendo proporcional el crecimiento del costo con el número de líneas o cabinas telefónicas necesarias en el locutorio considerado. Este costo de implementación considera los gastos en concepto de: mobiliario, licencia para explotar el servicio de telefonía pública, costo de líneas telefónicas y equipos para cada cabina telefónica. El costo de alquiler  $ct(\mathbf{x})$  fue considerado en forma independiente, dado que su valor no se halla afectado por el número de líneas necesarias en el locutorio.

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos del problema es maximizar las ganancias mensuales mientras que los otros dos objetivos deben ser minimizados, se optó por minimizar las ganancias negativas a los efectos de simplificar el código implementado, planteando el mismo como un problema de minimización enteramente. De este modo, la ganancia total mensual de los locutorios de cabinas telefónicas ubicados es calculada de la siguiente forma:

$$y_2(\mathbf{x}) = (-1) \cdot \sum_{j=1}^{nl} (k \cdot p_j \cdot e_j - 160 \cdot z) \quad (6)$$

donde:

$k$  es una constante que considera el producto del índice de penetración de la población, el porcentaje de ganancia sobre el ingreso total, la constante de proporcionalidad de acuerdo a las necesidades de líneas de cada cuadrícula y la cantidad promedio de días laborables en el mes.

$p_j$  ... población correspondiente a la cuadrícula denotada por el elemento  $j$  del vector  $\mathbf{x}$ ;

$e_j$  ... escasez de la cuadrícula o número de líneas necesarias para la cuadrícula considerada;

$z$  ... factor que determina el costo operativo dependiendo si la zona es comercial o residencial;

$$z = \begin{cases} 1 & \text{si la cuadrícula es comercial} \\ 0,8 & \text{si la cuadrícula es residencial} \end{cases}$$

El tiempo de recupero del capital invertido es calculado según la siguiente expresión:

$$y_3(\mathbf{x}) = \min(r) \quad (7)$$

donde  $r$  puede ser calculado a partir de la siguiente fórmula [20]:

$$A = P \cdot \frac{(1+in)^r \cdot in}{(1+in)^r - 1} \quad (8)$$

siendo el plazo de recupero de la inversión:

$$r = \frac{\ln(A) - \ln(A - P \cdot in)}{\ln(1+in)} \quad (9)$$

donde:

$A$  ... amortización del capital (es el monto de capital a devolver mes a mes);

$P$  ... valor presente del capital (es el capital tomado en préstamo para realizar la inversión);

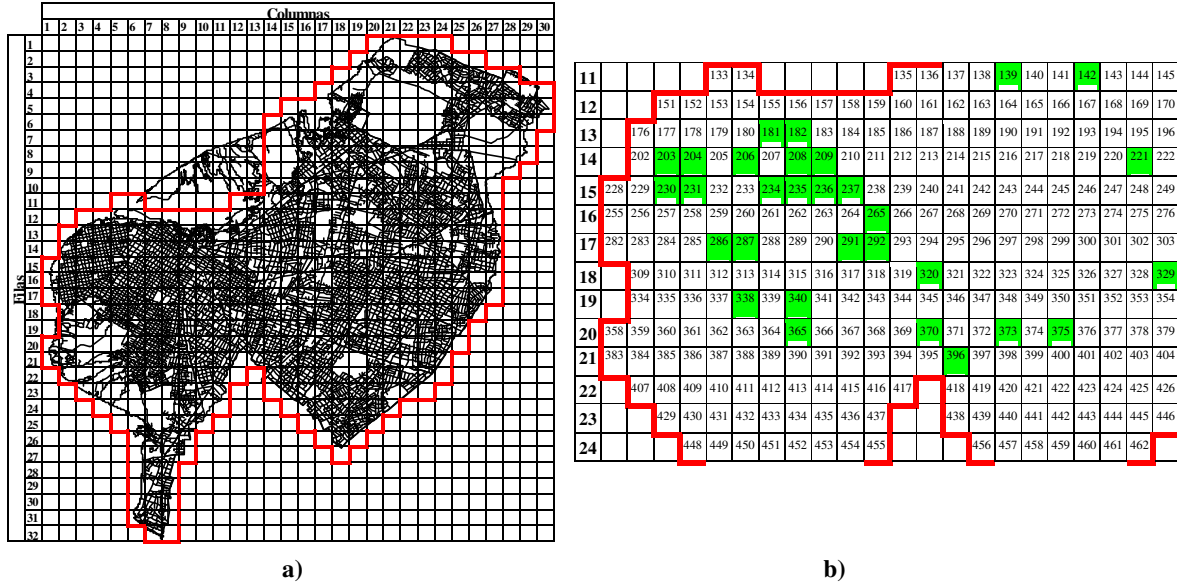
$in$  ... interés mensual, y

$r$  ... plazo en meses para terminar de devolver el capital tomado en préstamo.

A los efectos de evitar estimaciones muy ajustadas para los plazos de recupero del capital invertido, el costo de inversión calculado es redondeado por exceso a múltiplos de 5.000 US\$ antes de someterlo a la ecuación (9) y una vez obtenido  $r$  este es nuevamente redondeado a múltiplos de 6 seis meses.

### 2.3 Problema de Prueba

Como problema de prueba se escogió ubicar los locutorios de cabinas telefónicas en la ciudad de Asunción, dada la disponibilidad de datos para la misma [10]. La Figura 1.a representa el plano cuadrículado de la ciudad de Asunción, con los contornos indicando los elementos válidos de la matriz. Para este ejemplo, existen  $m = 499$  cuadrículas válidas, numeradas como muestra la figura 1.b.



**Figura 1:** a) Delimitación de las cuadrículas válidas sobre el plano de Asunción. Se eliminan aquellas cuadrículas que caen fuera de los límites de la ciudad. b) Porción del área de estudio que contiene las cuadrículas numeradas con un ejemplo de ubicación de 30 locutorios de cabinas telefónicas.

El vector de decisión para el ejemplo mostrado en la figura 1.b, al adoptar un número máximo de  $n_{max} = 30$  locutorios de cabinas telefónicas, corresponde a la solución efectivamente implementada en el año 2002, el cual es:

$$x = (139 \ 142 \ 181 \ 182 \ 203 \ 204 \ 206 \ 208 \ 209 \ 221 \ 230 \ 231 \ 234 \ 235 \ 236 \ 237 \ 265 \ 286 \ 287 \ 291 \ 292 \ 320 \ 329 \ 338 \ 340 \ 365 \ 370 \ 373 \ 375 \ 396)$$

Atendiendo el área de influencia de cada cuadrícula, que desde el punto de vista del usuario es extenso y desde el punto de vista de la demanda de tráfico es pequeño, y a los efectos de simplificar, se admitirá ubicar únicamente un locutorio por cada cuadrícula, el cual contemplará la necesidad total de líneas telefónicas de la misma. Cada cuadrícula será denotada en adelante  $x_r$ , atendiendo la condición  $1 \leq x_r \leq m$ .

En consecuencia, el problema principal a ser resuelto consiste en encontrar la cantidad de locutorios de cabinas telefónicas y la ubicación óptima de las mismas en el área de estudio, de la cual se conocen todos los datos relativos a la matriz  $\mathbf{M}$  arriba definida. Si existen  $m$  sitios posibles, existen claramente  $2^m$  alternativas de ubicación de locutorios. Aún, si se restringe la atención para ubicar  $nc$  locutorios de cabinas telefónicas en  $m$  sitios, el número de alternativas de ubicación es:

$$\binom{m}{nc} = \frac{m!}{(m-nc)!nc!} \quad (10)$$

En el ejemplo de la Figura 1.b, para  $m=499$  cuadrículas válidas y  $nc=30$  centrales, existen unas  $1,3 \times 10^{48}$  alternativas.

El problema propuesto en el presente trabajo permite encontrar soluciones Pareto que minimicen los costos de inversión y el tiempo de recupero del capital invertido y maximicen las ganancias mensuales sobre un conjunto de alternativas de ubicación, considerando los diferentes valores posibles del número de locutorios ( $n_{min} \leq nc \leq n_{max}$ ).

El espacio de búsqueda del problema propuesto es, entonces:

$$\sum_{i=nmin}^{nc} \binom{m}{i} \quad (11)$$

que equivale a unas  $1,45 \times 10^{48}$  alternativas.

En otras palabras, el método a ser utilizado en el presente trabajo debe posibilitar la obtención de un conjunto de soluciones Pareto óptimas, estableciendo la cantidad y la ubicación óptima de estos locutorios de cabinas telefónicas.

### 3 Algoritmo Evolutivo Propuesto

El algoritmo evolutivo propuesto es el SPEA 2, cuyo desempeño en la búsqueda de soluciones se caracteriza por la obtención de soluciones Pareto óptimas y la diversidad de las mismas sobre el Frente Pareto. Este algoritmo utiliza una estrategia de asignación de *fitness* que incorpora información de densidad a fin de evitar la pérdida de posibles soluciones óptimas [22]. El operador de truncamiento elimina aquellos individuos que están muy pegados unos a otros de forma a no perder puntos valiosos de la frontera y asegurar de ésta forma que las soluciones encontradas en el frente Pareto sean regularmente distribuidas. El proceso de encontrar los individuos no dominados en el archivo y la población está basado en el concepto de dominancia Pareto. Cada vez que un individuo no dominado es encontrado, el mismo es comparado con los no dominados ya existentes en el archivo, y si el mismo es una solución, el individuo hallado es insertado en el archivo. Para esclarecer el procedimiento de aplicación del SPEA 2 en la ubicación de locutorios de cabinas telefónicas, a continuación se presenta un esquema de utilización del referido algoritmo.

#### 3.1 Representación de Soluciones y Población Inicial

Para la aplicación de los Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos propuestos en el problema de prueba, cada individuo  $x = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{nc})$  fue codificado usando un arreglo de números enteros  $x_i$ , tal que  $0 \leq x_i \leq m$  ( $m=499$ ). En la figura 1, donde se representa el plano cuadrículado de Asunción, se puede apreciar los 499 valores no nulos de la matriz utilizada para los cálculos de costos de inversión, cálculos de ganancias mensuales y estimación del plazo de recupero del capital de cada vector de decisión. La población inicial, cuyo tamaño se denotará como "*nind*" (número de individuos), es generada por un algoritmo heurístico de inicialización detallado en el Pseudocódigo 1, en donde "*nmax*" indica el número máximo de centrales para cada vector de decisión. Este algoritmo genera una población inicial en forma inteligente de manera a obtener individuos que se aproximen razonablemente al conjunto de soluciones Pareto óptimas buscadas, minimizando de esta forma los tiempos de corridas. Para cada individuo de la población, se realiza un sorteo para saber cuantos locutorios de cabinas telefónicas tendrá esa solución. El algoritmo heurístico de inicio de la población se describe a continuación.

#### Algoritmo Heurístico de Inicialización de la Población Inicial.

Leer parámetros: *posibles*, *nind*, *nmax*, *nmin*

Ordenar matriz de *posibles* de acuerdo al número de líneas telefónicas necesarias

Para  $i=1$  hasta *nind*

    Generar un número aleatorio  $N$  entre *nmin* y *nmax*

    Si  $N < nmin$

$N = nmin$  (el Nro. Mínimo de locutorios a ubicar para la solución inicial será *nmin*)

    Fin si

    Para  $j=1$  hasta  $N$

        Elegir una ubicación *indice* de la matriz de *posibles*

$inisolu(i, j) = posibles(indice)$

    Fin Para

    Si  $N < nmax$

$inisolu(i, j) = 0$  para todo  $i$  que no contiene un locutorio (esto es,  $N+1 \leq i \leq nmax$ )

    Fin Si

    Inicializar  $N=0$

Fin Para

*inisolu* = Matriz de soluciones iniciales (dimensión *nind* x *nmax*)

Ordenar *inisolu* por columna

**Pseudocódigo 1:** Algoritmo Heurístico de generación de la población inicial.

### 3.2 Evaluación de Soluciones y Función Fitness

En la evaluación de la función *fitness* se utilizaron los conceptos de dominancia Pareto definidos en la sección 2.1 en un contexto de minimización de funciones objetivos. De ésta forma, cada vector de decisión es comparado con otro a través de las funciones objetivo de dichos vectores, de tal forma a determinar si un individuo  $i$  domina a otro individuo  $j$ . La función *fitness* fue implementada conforme a lo especificado por el SPEA2 de Zitzler [22], detallado en el Pseudocódigo 2.

Los valores de *fitness* calculados mediante esta función son utilizados en la selección de los individuos que pasarán a formar parte del archivo que contiene a los mejores individuos de la población. El referido algoritmo asigna a los individuos no dominados un *fitness* menor a 1, en cuanto que a los individuos dominados se les asigna un *fitness* mayor o igual a 1, con lo que todos los individuos tienen diferentes valores de *fitness*.

### 3.3 Selección

Se denomina como *selección del ambiente* [22] a la acción de completar con los mejores individuos de cada generación una población externa denominada archivo. El tamaño del archivo es fijo y no varía durante las corridas del algoritmo. Inicialmente, todos los individuos no dominados, cuyos *fitness* son menores que uno, son copiados al archivo de la siguiente generación  $\bar{P}_{t+1} = \{i \mid i \in P_t + \bar{P}_t \wedge F(i) < 1\}$ . Si la cantidad de individuos no dominados es igual al tamaño establecido para dicho archivo ( $|\bar{P}_{t+1}| = \bar{N}$ ), el paso de *selección del ambiente* está completo. Caso contrario, existen dos posibilidades:

- 1) la cantidad de individuos no dominados es menor que el tamaño establecido para el archivo ( $|\bar{P}_{t+1}| < \bar{N}$ ), o
- 2) la cantidad de no dominados es mayor que el tamaño fijado para el archivo ( $|\bar{P}_{t+1}| > \bar{N}$ ).

En el primer caso, se completa el archivo con los mejores ( $\bar{N} - |\bar{P}_{t+1}|$ ) individuos dominados en el archivo y la población de la generación anterior  $t$ . Esto es implementado ordenando el multiconjunto  $P_t + \bar{P}_t$  de acuerdo a los valores de *fitness* y copiando a  $\bar{P}_{t+1}$  los primeros  $\bar{N} - |\bar{P}_{t+1}|$  individuos  $i$  con *fitness*  $F(i) \geq 1$ . En el segundo caso, cuando el tamaño del conjunto de no dominados es mayor a  $\bar{N}$ , un operador de truncamiento remueve iterativamente los individuos de  $\bar{P}_{t+1}$  hasta que el conjunto de no dominados sea igual al tamaño establecido para el archivo  $|\bar{P}_{t+1}| = \bar{N}$ . Este operador de truncamiento garantiza que puntos valiosos de la frontera no sean perdidos, y lo realiza de la siguiente forma: el individuo que tiene la menor distancia euclidiana a otro individuo es desechado en cada iteración. En caso de igualdad con otros individuos, se desempata considerando la segunda menor distancia del individuo a ser removido, y así sucesivamente.

### 3.4 Pseudocódigo del Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo Propuesto SPEA2

En las corridas realizadas del algoritmo SPEA2 se utilizaron los siguientes parámetros:

- Tamaño de la población ( $nind$ ) = 100.
- Número máximo de locutorios de cabinas telefónicas ( $nmax$ ) = 30.
- Tamaño del archivo de no dominados ( $nptrue$ ) = 100.
- Número máximo de generaciones ( $ngen$ ) = 300.
- Probabilidad de cruzamiento ( $pc$ ) = 0,7 a 0,9.
- Probabilidad de mutación ( $pm$ ) = 0,1 a 0,3.

Las valoraciones de cada uno de los parámetros citados fueron establecidos considerando los resultados experimentales obtenidos por Vineet Khare en su trabajo *Performance Scaling of Multi-Objective Evolutionary Algorithms* [21], y de acuerdo a las características actuales del mercado de la telefonía pública, en lo que respecta al número mínimo y máximo de locutorios.

A continuación, se presenta el Pseudocódigo del algoritmo Multiobjetivo utilizado:



**Programa Principal SPEA2**

Leer los parámetros del SPEA2: *nind*, *nmin*, *nmax*, *ngen*, *pm*, *pc*, *nptrue*

Generar una población usando el algoritmo heurístico (Pseudocódigo 1)

Generar un archivo vacío (conjunto externo)

Para *gen=1* hasta *ngen*

    Eliminar locutorios repetidos del individuo

    Evaluar funciones objetivo de cada individuo de la población

    Asignar *fitness* a cada individuo de la población y del archivo

    Calcular todos los individuos no dominados de la población y el archivo

    Actualizar el archivo con los individuos no dominados

    Si el tamaño del archivo es mayor que *nptrue*

        Reducir el tamaño del archivo con el operador de truncamiento

    Caso contrario

        Si el tamaño del archivo es menor que *nptrue*

            Copiar los mejores individuos dominados del archivo y la población con *fitness*  $\geq 1$  al archivo de la nueva generación hasta que el tamaño del archivo sea igual a *nptrue*

        Fin Si

    Si *gen* es menor que *ngen*

        Realizar torneo binario para seleccionar los individuos del archivo que formarán parte del conjunto de emparejamientos

        Realizar cruzamiento y mutación del conjunto de emparejamientos

        Actualizar la población del resultado del conjunto de emparejamientos

    Fin Si

    Incrementar contador de generaciones (*gen=gen + 1*)

Fin Para

Salvar el archivo (conjunto de no dominados)

**Pseudocódigo 2:** Algoritmo SPEA2 implementado.

## 4 Resultados Experimentales

Las soluciones obtenidas para el problema de prueba que son presentadas en esta sección fueron obtenidas mediante sucesivas corridas del algoritmo SPEA2, las cuales tras cada corrida fueron sometidas nuevamente al concepto de dominancia Pareto considerando las soluciones previamente calculadas, para finalmente obtener los resultados presentados en la tabla 2.

Dada la disponibilidad de datos de los locutorios de cabinas telefónicas habilitadas realmente en la ciudad de Asunción [8], se procedió a calcular un conjunto Pareto óptimo de soluciones para cada año, desde el 2001 hasta el 2003. Por razones de espacio solo se presenta el conjunto Pareto correspondiente al año 2002 (ver tabla 2). En las corridas realizadas para cada año, se tuvo en cuenta los locutorios de cabinas telefónicas habilitadas en años anteriores, de manera que al calcular la solución para el año 2003 se tuvieron en cuenta las cabinas realmente habilitadas hasta el año 2002 y así para los años anteriores considerados.

A fin de establecer comparaciones que denoten la validez de los resultados obtenidos con el algoritmo SPEA2, se evaluaron las soluciones efectivamente implementadas en la ciudad de Asunción para cada año del periodo considerado (2001-2003). Estas fueron evaluadas con los mismos criterios que las soluciones Pareto calculadas y son mostradas en la tabla 1.

**Tabla 1:** Tabla de soluciones efectivamente implementadas en la ciudad de Asunción.

| Año  | Vector de solución implementado   | Costo de inversión (US\$) | Ganancias mensuales (US\$) | Plazo de recupero (meses) |
|------|---|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 2001 | [77 78 107 170 172 174 179 181 189 198 208 209 231 236 237 244 258 262 265 273 288 292 298 313 321 339 363 364 369 394]   | 219.840                   | 9.200                      | 36                        |
| 2002 | [139 142 181 182 203 204 206 208 209 221 230 231 234 235 236 237 265 286 287 291 292 320 329 338 340 365 370 373 375 396] | 207.890                   | 8.580                      | 36                        |
| 2003 | [0 0 0 0 20 139 140 198 204 220 221 233 242 245 258 289 291 292 298 320 322 339 348 349 354 389 390 391]                  | 150.240                   | 2.610                      | >120                      |

Dada la evaluación de las soluciones efectivamente implementadas de la tabla 1 y los correspondientes conjuntos Pareto óptimos, se escogió una solución de cada uno de estos conjuntos con montos de inversión semejantes a sus correspondientes soluciones efectivamente implementadas. De este modo se obtuvo un emparejamiento de las soluciones implementadas y las calculadas para cada año, los cuales se detallan en la tabla 3. Se puede observar claramente que conforme fue aumentando el número de locutorios ubicados, las ganancias correspondientes a cada año fue decreciendo (ver tabla 3), hasta el punto que en el año 2003 las estimaciones para recuperar el capital invertido superan ampliamente los 10 años, lo cual constituye un fracaso de la inversión. Del mismo modo, se puede notar que para los dos primeros años considerados, las ganancias estimadas por las soluciones Pareto calculadas son aproximadamente 80% superiores a sus pares implementadas, mientras que los tiempos de recuero de la inversión son reducidos a la mitad del tiempo de aquellas.

Estos datos muestran la alta calidad de las soluciones Pareto calculadas, demostrando que las soluciones efectivamente implementadas constituyen soluciones sub-óptimas para el problema planteado.

**Tabla 2:** Tabla de soluciones no dominadas encontradas.

| solu. | TABLA DE SOLUCIONES NO DOMINADAS 2002 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | OBJETIVOS |        |       |     |     |     |     |     |     |     |       |        |        |        |        |        |      |    |
|-------|---------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|--------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|------|----|
|       | Vectores de decisiones                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | costo     | ganan. | plazo |     |     |     |     |     |     |     |       |        |        |        |        |        |      |    |
| 1     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 38        | 109    | 292   | 307 | 338 | 356 | 387 | 466 | 491 | 497 | 52948 | 1179   | 90     |        |        |        |      |    |
| 2     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0         | 0      | 0     | 168 | 186 | 249 | 307 | 387 | 389 | 390 | 468   | 53154  | 2281   | 36     |        |        |      |    |
| 3     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0         | 41     | 84    | 125 | 164 | 168 | 179 | 205 | 287 | 388 | 497   | 61950  | 2284   | 42     |        |        |      |    |
| 4     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99        | 261    | 294   | 307 | 332 | 387 | 390 | 393 | 414 | 468 | 62522 | 2450   | 36     |        |        |        |      |    |
| 5     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0         | 20     | 47    | 222 | 338 | 355 | 363 | 366 | 387 | 466 | 63792 | 2651   | 36     |        |        |        |      |    |
| 6     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99        | 141    | 174   | 205 | 253 | 266 | 294 | 364 | 390 | 412 | 65005 | 2970   | 30     |        |        |        |      |    |
| 7     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 47        | 109    | 151   | 194 | 287 | 338 | 363 | 366 | 387 | 466 | 67472 | 3214   | 30     |        |        |        |      |    |
| 8     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 66        | 121    | 204   | 205 | 253 | 266 | 294 | 338 | 390 | 469 | 68197 | 3529   | 30     |        |        |        |      |    |
| 9     | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 66        | 121    | 204   | 205 | 224 | 253 | 266 | 294 | 338 | 390 | 70660 | 3614   | 30     |        |        |        |      |    |
| 10    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 47        | 109    | 156   | 287 | 338 | 363 | 366 | 390 | 444 | 466 | 72186 | 3747   | 30     |        |        |        |      |    |
| 11    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 41        | 79     | 142   | 143 | 266 | 287 | 364 | 388 | 390 | 412 | 73872 | 3880   | 24     |        |        |        |      |    |
| 12    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 186       | 222    | 266   | 342 | 363 | 364 | 387 | 390 | 412 | 430 | 74580 | 4059   | 24     |        |        |        |      |    |
| 13    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 109       | 151    | 204   | 287 | 338 | 350 | 354 | 363 | 366 | 387 | 77060 | 4310   | 24     |        |        |        |      |    |
| 14    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 67        | 188    | 204   | 266 | 295 | 338 | 362 | 366 | 390 | 417 | 77847 | 4830   | 24     |        |        |        |      |    |
| 15    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 122       | 204    | 266   | 287 | 308 | 338 | 362 | 364 | 390 | 442 | 80210 | 5317   | 24     |        |        |        |      |    |
| 16    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22        | 151    | 204   | 266 | 287 | 338 | 354 | 364 | 366 | 387 | 390   | 88502  | 5482   | 24     |        |        |      |    |
| 17    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 122       | 204    | 232   | 266 | 287 | 308 | 338 | 362 | 364 | 442 | 487   | 88556  | 5671   | 24     |        |        |      |    |
| 18    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 67        | 122    | 151   | 204 | 266 | 287 | 338 | 362 | 364 | 366 | 390   | 90157  | 5849   | 24     |        |        |      |    |
| 19    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 151       | 204    | 266   | 287 | 338 | 354 | 363 | 364 | 366 | 387 | 390   | 90902  | 6042   | 24     |        |        |      |    |
| 20    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 188       | 204    | 205   | 266 | 287 | 338 | 364 | 366 | 390 | 412 | 93352 | 6125   | 18     |        |        |        |      |    |
| 21    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 109       | 205    | 287   | 318 | 338 | 362 | 364 | 366 | 389 | 390 | 444   | 451    | 96883  | 6165   | 24     |        |      |    |
| 22    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 151       | 204    | 266   | 287 | 318 | 338 | 354 | 363 | 364 | 366 | 387   | 390    | 97659  | 6354   | 24     |        |      |    |
| 23    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13        | 186    | 188   | 205 | 266 | 287 | 338 | 362 | 364 | 366 | 390   | 412    | 99286  | 6441   | 18     |        |      |    |
| 24    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 63        | 205    | 266   | 278 | 287 | 338 | 341 | 362 | 363 | 364 | 366   | 444    | 100059 | 6501   | 24     |        |      |    |
| 25    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 188       | 204    | 205   | 266 | 284 | 287 | 338 | 364 | 366 | 390 | 412   | 100884 | 6556   | 24     |        |        |      |    |
| 26    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 109       | 205    | 266   | 287 | 317 | 337 | 362 | 363 | 364 | 366 | 390   | 444    | 102518 | 6779   | 18     |        |      |    |
| 27    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 188       | 204    | 205   | 266 | 287 | 338 | 362 | 364 | 366 | 390 | 412   | 103272 | 6897   | 18     |        |        |      |    |
| 28    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 164       | 204    | 244   | 266 | 286 | 287 | 338 | 341 | 364 | 366 | 389   | 390    | 105043 | 7210   | 18     |        |      |    |
| 29    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 205       | 266    | 287   | 317 | 337 | 338 | 362 | 363 | 364 | 366 | 390   | 444    | 105632 | 7386   | 18     |        |      |    |
| 30    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 71        | 203    | 204   | 232 | 266 | 286 | 338 | 341 | 351 | 364 | 366   | 389    | 390    | 110017 | 7455   | 18     |      |    |
| 31    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 178       | 204    | 266   | 294 | 307 | 338 | 341 | 342 | 362 | 364 | 366   | 389    | 390    | 111582 | 7734   | 18     |      |    |
| 32    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 62        | 204    | 205   | 266 | 287 | 338 | 341 | 362 | 366 | 389 | 412   | 444    | 461    | 117177 | 7835   | 18     |      |    |
| 33    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 147       | 205    | 259   | 266 | 287 | 317 | 337 | 338 | 362 | 363 | 364   | 390    | 415    | 444    | 118319 | 7900   | 18   |    |
| 34    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 114       | 263    | 266   | 287 | 317 | 338 | 341 | 362 | 364 | 366 | 388   | 389    | 390    | 451    | 121536 | 8050   | 18   |    |
| 35    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 178       | 204    | 266   | 293 | 307 | 321 | 338 | 341 | 342 | 362 | 364   | 366    | 389    | 390    | 420    | 123486 | 8106 | 18 |
| 36    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 204       | 205    | 209   | 232 | 266 | 287 | 338 | 341 | 362 | 364 | 366   | 372    | 383    | 389    | 497    | 124354 | 8122 | 18 |
| 37    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 122       | 204    | 232   | 257 | 266 | 287 | 299 | 362 | 364 | 366 | 386   | 387    | 388    | 390    | 421    | 124383 | 8224 | 18 |
| 38    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 152       | 204    | 206   | 233 | 266 | 287 | 317 | 341 | 343 | 364 | 366   | 387    | 389    | 390    | 126409 | 8366   | 24   |    |
| 39    | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 98        | 205    | 232   | 263 | 266 | 287 | 317 | 326 | 337 | 338 | 362   | 364    | 388    | 390    | 444    | 128317 |      |    |

**Tabla 3:** Tabla de emparejamiento de las soluciones efectivamente implementadas y las calculadas.

| Año  | Soluciones Consideradas      | Costo Inversión (US\$) | Ganancias mensuales (US\$) | Plazo de Recupero (meses) | Locutorios Ubicados |
|------|------------------------------|------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------|
| 2001 | Solución implementada        | 219.840                | 9.200                      | 36                        | 30                  |
|      | Solución calculada con SPEA2 | 216.326                | 15.014                     | 18                        | 24                  |
| 2002 | Solución implementada        | 207.890                | 8.580                      | 36                        | 30                  |
|      | Solución calculada con SPEA2 | 199.377                | 12.932                     | 18                        | 24                  |
| 2003 | Solución implementada        | 150.240                | 2.610                      | > 120                     | 26                  |
|      | Solución calculada con SPEA2 | 145.523                | 9.812                      | 18                        | 16                  |

En el conjunto Pareto calculado para cada uno de los años considerados, se pueden encontrar otras soluciones que con inversiones muy inferiores a lo efectivamente implementado se pueden obtener ganancias muy superiores a las que se obtuvieron en la realidad, como se puede notar de la tabla 1 y tabla 2, para el año 2002.

Los valores de las matrices, datos y diagramas utilizados en los resultados experimentales presentados están disponibles en [2].

## 5 Conclusiones

La utilización de Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos en la resolución de problemas de ubicación de centros proveedores de servicios, como locutorios de cabinas telefónicas para este caso particular, presenta un nuevo enfoque en la solución de los llamados *facility location problems*. Esta metodología proporciona una herramienta computacional que permite obtener un conjunto de soluciones Pareto óptimas, considerando simultáneamente todos los aspectos que se quieran optimizar. Los métodos heurísticos tradicionales [17] o de algoritmos de aproximación [9] proporcionan soluciones mono-objetivos, restringiendo de este modo el espectro del planificador al momento de tomar una decisión.

Claro está que en la ubicación de los centros proveedores de servicios, intervienen cada vez más factores que necesitan ser tenidos en cuenta para lograr la mejor eficiencia, no solamente en la reducción de los costos que implican su habilitación, sino también en otros aspectos que hacen a la planificación de una buena distribución de recursos, con lo cual se abre paso a la utilización de los Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos como el SPEA2. Conforme a los resultados obtenidos en este trabajo, se puede afirmar que las soluciones del frente Pareto correspondiente a cada año considerado para la ubicación de los locutorios de cabinas telefónicas son dominantes con respecto a las soluciones implementadas en la realidad, y de hecho, en las pruebas realizadas, las soluciones obtenidas demuestran claramente que las inversiones practicadas en la habilitación de estos locutorios para la ciudad de Asunción hubiesen dado mejores dividendos con la utilización de esta herramienta. Cabe mencionar que en el periodo considerado, el crecimiento de la oferta de servicios de telefonía pública se dio de manera acelerada y sin la orientación de una herramienta como la que propone el presente trabajo, con la consecuente ubicación de locutorios de cabinas telefónicas en zonas donde la oferta supera a la demanda y en contrapartida dejando sin servicio a otras zonas donde la demanda realmente amerita la ubicación de esos locutorios. Como lógica consecuencia, en la actualidad se van cerrando muchos de los locutorios debido a la baja rentabilidad de los mismos por el criterio intuitivo a que obedecieron su ubicación, mientras nuevas cabinas se abren en zonas con demanda no atendida.

En definitiva, se puede aseverar que el empleo de algoritmos evolutivos multiobjetivos para el tipo de problema considerado representa una herramienta muy eficiente, que permite a los planificadores manejar diversos aspectos del problema para la optimización de varios objetivos, además de proveer un panorama más amplio al momento de la toma de decisiones, teniendo en cuenta que se calcula un conjunto de soluciones óptimas de compromiso y no una solución única.

Cabe destacar que la metodología adoptada para resolver el problema de ubicación de locutorios de cabinas telefónicas es fácilmente adaptable a otros problemas similares, además de la ubicación de centrales telefónicas [1]. Por ejemplo: ubicación de estaciones radio bases para telefonía celular, o en general, ubicación de manera óptima de centros de atendimento de diversos servicios, como cadenas de comida rápidas, supermercados, etc. La simplicidad de la metodología propuesta, para un problema tan complejo, alienta a mirar con optimismo la realización de futuros trabajos en el área, así como nuevas aplicaciones.

## Referencias

- [1] Almeida C., Amarilla N. y Barán B.: Optimización Multiobjetivo en la Planificación de Centrales Telefónicas. *XXIX Conferencia Latinoamericana de Informática CLEI2003*, La Paz, Bolivia, 2003.
- [2] Amarilla N., Almeida C. y Barán B.: Reporte Técnico 01/2004. *Centro Nacional de Computación, Universidad Nacional de Asunción*. San Lorenzo, Paraguay. Enero, 2004.
- [3] Arroyo J. y Armentano V.: Um Algoritmo Genético para Problemas de Otimizaçã• o Combinatória Multiobjetivo, *XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Campos do Jordao – SP. Noviembre, 2001.
- [4] A. S. Manne: Plant location under economies of scale decentralization and computation. *Management Science*, Vol. 11, pag. 213-235, 1964.
- [5] Barán B. y Duarte S.: Multiobjective Network Design Optimization using Parallel Evolutionary Algorithms. *XXVII Conferencia Latinoamericana de Informática CLEI2001*. Mérida - Venezuela. 2001.
- [6] Bumb A.: Approximation algorithms for facility location problems. PhD thesis, *University of Twente*, Netherland, Octubre 2002.
- [7] Boorstyn R. R. y Frank H.: Large-Scale Network Topological Optimization. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 25, pag. 29-47, Enero 1977.
- [8] Comisión Nacional de Telecomunicaciones CONATEL: <http://www.conatel.gov.py>.
- [9] David B., Eva Tardos y Karen Aardal: Approximation algorithms for facility location problems (extended abstract). In *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, pag. 265-274, El Paso, Texas, Mayo 1997.
- [10] Dirección General de Estadísticas: Encuestas y Censos: *Sistema Estadístico Nacional*, CD de población y viviendas. Paraguay. 1997.
- [11] Feldman E., Lehner F. A., y Ray T. L.: Warehouse Locations Under Continuous Economies of Scale, *Management Science*, Vol. 12, pag. 670-684, Mayo 1966.
- [12] Glover F., Laguna M., Taillard E., y Werra D. De: Tabu Search, special issues of *Annals of Operations Research*, Vol. 41, J. C. *Baltzer Science Publishers*, Basel, Switzerland, 1993.
- [13] Joseph A. Pecar, David A. Garbin. Te New Telecom Factbook. *The Mc Graw-Hill*, segunda edición, pag. 415, Copyright 2000.
- [14] J. Bar-Ilan, G. Kortsarz y Peleg.: How to allocate network centers. *Journal of Algorithms*. Vol. 15, pag. 385-415, noviembre 1993.
- [15] J. F. Stollsteimer: The effect of technical change and output expansion on the optimum number, size and location of pear marketing facilities in a California pear producing region. PhD thesis, *University of California at Berkeley*, Berkeley, California, 1961.
- [16] J. F. Stollsteimer: A working model for plant numbers and locations. *Journal of Farm Economics*, Vol. 45, pag. 631-645, 1963.
- [17] Kuehn A. A. y Hamburger M.J.: “A Heuristic Program for Locating Warehouses”, *Management Science*, Vol. 9, pag. 643-666, 1963.
- [18] M. L. Balinski: On finding integer solutions to linear programs. In *Proceedings of the IBM Scientific Computing Symposium on Combinatorial Problems*, pages 225-248. IBM, 1966.
- [19] Nippon Telephone and Telegraph: “Planning Telecommunication Network”, *Japan International Cooperation Agency*, Japan, 1998.
- [20] Robert C. Merton. FINANZAS: *Prentice Hall*, Mexico, mayo 1999
- [21] Vineet Khare: “Performance Scaling of Multi-Objective Evolutionary Algoritihms”, *School of Computer Science, University of Birmingham*. Edgbaston, Birmingham B15 2TT, U.K., setiembre 2002.
- [22] Zitzler E., Laumanns M., y Thiele L.: SPEA 2: Improving The Strength Pareto Evolutionary Algorithms, *Technical Report 103, Computer Engineering and Networks Laboratory, Swiss Federal Institute of Technology*. Zurich, Switzerland, Mayo 2001.