

OPTIMIZACIÓN BASADA EN SISTEMA DE HORMIGAS CON HEURÍSTICA DE INICIALIZACIÓN¹

Marta Almirón
malmiron@cnc.una.py

Enrique Chaparro Viveros
eviveros@cnc.una.py

Benjamín Barán
bbaran@cnc.una.py

Centro Nacional de Computación
Universidad Nacional de Asunción
Casilla de Correos 1439
Campus Universitario de San Lorenzo - Paraguay
Tel./Fax: (595)(21) 585 619 y 585 550
http://www.cnc.una.py

Resumen

La capacidad que poseen las hormigas para establecer el camino más corto desde su nido hasta la fuente de alimento y viceversa, ha sugerido una técnica computacional de optimización llamado *Ant System* (AS), presentado en este trabajo.

Al moverse, una hormiga deposita una substancia denominada feromona, marcando el camino que fue recorrido. Las siguientes hormigas detectan la feromona ya depositada y deciden con alta probabilidad seguirla. El camino más corto recibirá mayor cantidad de feromonas por unidad de tiempo, y pronto todas las hormigas estarán recorriendo dicho trayecto.

Basándose en estas ideas, el algoritmo AS utiliza la interacción de muchos agentes computacionales muy simples llamados *hormigas*, haciendo una analogía con la naturaleza, que intercambian información por medio de una matriz de feromonas. El algoritmo AS es aplicado al conocido problema del Cajero Viajante con el fin de evaluar el desempeño del mismo.

El presente trabajo propone mejorar el algoritmo originalmente propuesto por Dorigo, Maniezzo y Coloni, al implementar una matriz de feromonas escalada a partir de la matriz de distancias y de esta manera ofrecer a las hormigas un conocimiento previo de las características del problema.

Palabras claves

Ant System, Feromonas, Hormiga, Lista Tabú, Paradigma del Cajero Viajante.

¹ Este trabajo ha sido parcialmente desarrollado con los auspicios de la Dirección de Investigaciones, Postgrado y Relaciones Internacionales (DIPRI) de la Universidad Nacional de Asunción

1. Introducción

La observación de la naturaleza ha sido una de las principales fuentes de inspiración para la propuesta de nuevos paradigmas computacionales. Así nacieron diversas técnicas de Inteligencia Artificial: Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*), Templado Simulado (*Simulated Annealing*), Redes Neuronales (*Neural Networks*), y entre ellas, el sistema basado en Colonias de Hormigas (*Ant System*) [1].

Las feromonas son un sistema de comunicación química entre animales de una misma especie, que transmiten información a través de señales odoríferas acerca del estado fisiológico, reproductivo y social, así como sobre la edad, el sexo y el parentesco del animal emisor, las cuales son recibidas en el sistema olfatorio del animal receptor, quien interpreta esas señales, jugando un papel importante en la organización y la supervivencia de muchas especies. Este sistema natural de comunicación se ha estudiado más en las llamadas especies inferiores como son las hormigas, las abejas y otros insectos [2].

Resulta especialmente interesante entender como animales casi ciegos como las hormigas pueden establecer el camino más corto desde su colonia hasta la fuente de alimento y regresar. El medio utilizado para comunicar información entre ellas y decidir hacia donde ir, consiste en un sendero de feromonas. Al moverse, una hormiga deposita cierta cantidad de esta substancia sobre la tierra. Una hormiga aislada se mueve esencialmente al azar, pero las siguientes deciden con alta probabilidad seguir el camino con mayor cantidad de feromonas.

Considere la Figura 1.a en que las hormigas han establecido un camino desde su nido hasta su fuente de alimento, repentinamente una piedra corta el camino (Figura 1.b), la mitad de las hormigas se dirigirán hacia el extremo A y la otra mitad hacia el extremo B, al ser menor la distancia para rodear el extremo B, mayor cantidad de hormigas pasaran por este camino y por lo tanto mayor cantidad de feromonas será depositada en el trayecto (Figura 1.c); en consecuencia las hormigas influenciadas por el sendero de feromonas elegirán rodear el obstáculo por el extremo B (Figura 1.d).

En el algoritmo de M. Dorigo et al. [1,3] se utilizan agentes denominados *hormigas* que presentan ciertas diferencias con las reales:

- tienen cierta memoria,
- no son completamente ciegas,
- viven en un ambiente en donde el tiempo es discreto.

En los últimos años (1996-98), fueron probadas diversas implementaciones secuenciales de los algoritmos AS con el objeto de resolver problemas tan diversos como:

- el paradigma del cajero viajante (*Traveling Salesman Problem*) [1],
- el problema del ordenamiento secuencial [4],
- el problema cuadrático de asignación (*Quadratic Assignment Problem*) [5],
- el problema de ruteo de vehículos (*Vehicle Routing Problem*) [5]
- partición de problemas (*Partitioning Problems*) [5] y
- redes de telecomunicaciones (*Telecommunications Networks*) [6].

En la sección 2 se detalla la aplicación del paradigma del Cajero Viajante al Paraguay. La sección 3 del trabajo describe el algoritmo AS y propone una mejora a dicho algoritmo. La sección 4 presenta resultados experimentales y la sección 5 las conclusiones finales.

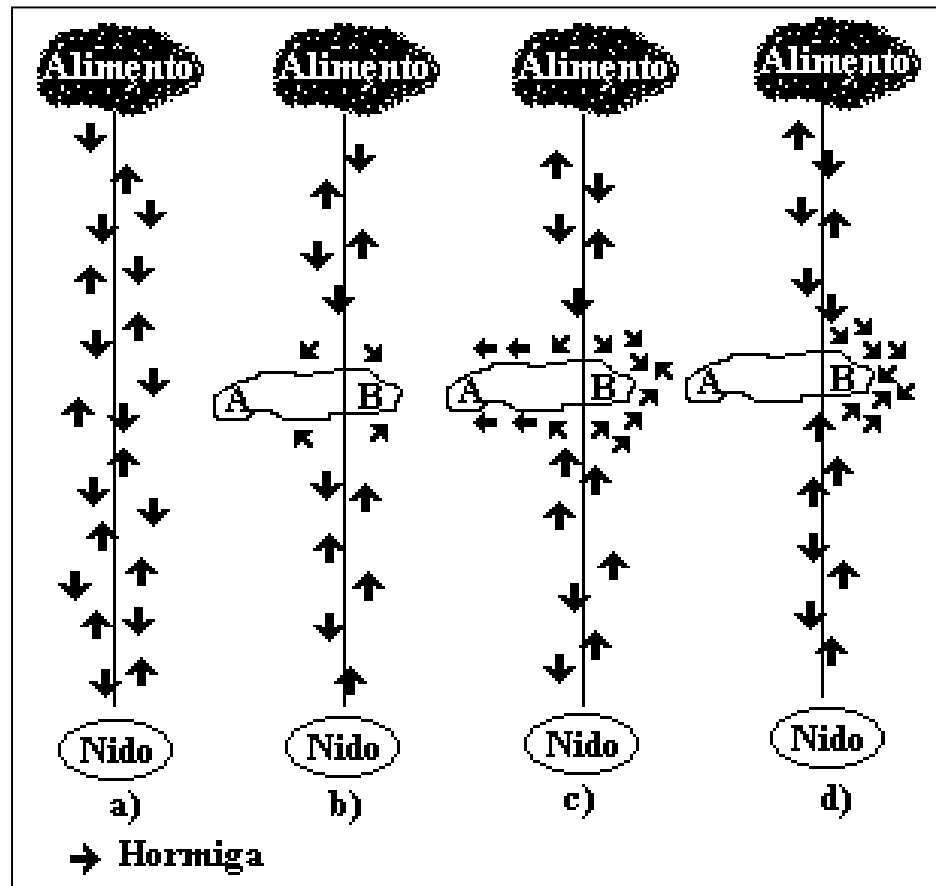


Figura 1: Un ejemplo con hormigas reales.

2. Paradigma del Cajero Viajante en Paraguay

Un cajero que inicialmente se encuentra en su ciudad natal, debe visitar n ciudades y volver a casa. Él puede elegir aleatoriamente el camino para visitar cada ciudad. Pero, para ahorrar tiempo y energía, tratará de encontrar el trayecto más corto visitando cada ciudad una sola vez y regresando a su casa. Él conoce las distancias entre ciudades y puede encontrar el camino más corto para su viaje sumando distancias para cada posible camino y comparándolas. Sin embargo, como el número de ciudades a ser visitadas aumenta, el tiempo requerido para calcular el camino más corto también aumenta. El problema para determinar el trayecto más corto ha sido llamado el problema del cajero viajante, *Traveling Salesman Problem* (TSP) [7].

Para su aplicación en Paraguay se consideran las 15 ciudades mostradas en la Figura 2. Se planea viajar en avión y por lo tanto las distancias se miden en línea recta, minimizando la distancia total recorrida, saliendo y llegando al mismo aeropuerto (ciclo completo).

Para que el cajero encuentre la mejor solución del problema debe evaluar $15!$ (factorial de 15) caminos posibles o sea 1.307.674.368.000 posibilidades partiendo de cualquier ciudad. Claramente, un análisis exhaustivo está fuera de las posibilidades de un computador personal, aunque existen diversos métodos heurísticos que permiten encontrar buenas soluciones, pero no necesariamente la óptima.



Figura 2: Mapa del Paraguay con las 15 ciudades para el TSP.

3. Algoritmo basado en Sistema de Hormigas (AS)

Existen tres tipos de algoritmos AS, *Ant-density*, *Ant-quantity* y *Ant-cycle* dependiendo del momento en que se actualiza la matriz de feromonas [1,8-9]. El presente trabajo estudia la propuesta *Ant-quantity* [1], que se explica a continuación.

Se considera un conjunto de $MAXC$ ciudades, que aplicado al problema propuesto (Figura 2) es igual a 15. Se desea recorrer las $MAXC$ ciudades con la menor distancia posible.

Se define $b_i(t)$ como el número de hormigas en la ciudad i en el tiempo t .

$$\text{El conjunto de } MAXH \text{ hormigas} = \sum_{i=1}^{MAXC} b_i(t).$$

Para nuestras experiencias, ubicamos 1 hormiga por ciudad, lo que implica $MAXH=15$.

Para satisfacer la restricción de que una hormiga visite 15 diferentes ciudades, se asocia a cada hormiga una estructura de datos llamada lista tabú [10], \mathbf{tabu}_k , que guarda las ciudades ya visitadas por la hormiga k . Una vez que las 15 ciudades hayan sido recorridas el trayecto o tour (ciclo) es completado, la lista tabú se vacía y de nuevo la hormiga esta libre para iniciar un nuevo tour. Se define como $\mathbf{tabu}_k(s)$ al elemento s -esimo de la lista tabú de la hormiga k .

Una matriz de distancias d_{ij} (distancia entre la ciudad i y la ciudad j) se introduce como dato a partir de la cual se calcula la visibilidad $V_{ij} = 1/d_{ij}$.

Cada *hormiga* elige la próxima ciudad a visitar realizando un cálculo de probabilidad que es una función de la distancia y la cantidad de feromonas depositada en el arco que une a las ciudades origen-destino, esto es:

$$p_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{[T_{ij}(t)]^\alpha \times [V_{ij}]^\beta}{\sum_{j \notin \text{Tabu}_k} [T_{ij}(t)]^\alpha \times [V_{ij}]^\beta} & \text{si } j \notin \text{Tabu}_k \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (1)$$

donde α y β son constantes que expresan la importancia del sendero de feromonas y la distancia entre las ciudades respectivamente. Así, un alto valor de α significa que el sendero de feromonas es muy importante y que las hormigas tienden a elegir caminos por los cuales otras hormigas ya pasaron. Si por el contrario, el valor de β es muy alto una hormiga tiende con alta probabilidad a elegir la ciudad más cercana.

Se resalta que cada *hormiga* debe realizar un tour legal o sea, no puede viajar a una ciudad ya visitada con anterioridad hasta que complete su tour.

En un instante t , las 15 *hormigas* se mueven a la siguiente ciudad (iteración), en donde se encontrarán en el instante $t+1$. Después de 15 iteraciones todas las *hormigas* han completado su tour (ciclo completo) y sus listas tabú estarán llenas, pues ya han visitado todas las ciudades.

La matriz $T_{ij}(t)$ especifica la intensidad de las feromonas del arco (i, j) en t y se actualiza según la fórmula:

$$T_{ij}(t+1) = \rho \times T_{ij}(t) + AT_{ij}(t, t+1) \quad (2)$$

donde ρ es el coeficiente de persistencia de las feromonas, tal que $(1-\rho)$ representa la evaporación de la sustancia entre t y $t+1$, y

$$AT_{ij}(t, t+1) = \sum_{k=1}^{MAXH} AT_{ij}^k(t, t+1) \quad (3)$$

con $AT_{ij}^k(t, t+1)$ representando la cantidad de feromonas por unidad de longitud, depositada en el arco (i, j) por la hormiga k -ésima entre t y $t+1$, esto es:

$$AT_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}} & \text{si la hormiga } k\text{-ésima camina por el arco } (i, j) \text{ entre } t \text{ y } t+1 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (4)$$

donde Q es una constante (igual a 100 en nuestros experimentos) y d_{ij} es la distancia del arco (i, j) . Resulta claro que el aumento de la intensidad de feromonas en el arco (i, j) es inversamente proporcional a la distancia d_{ij} .

El proceso se repite hasta que el contador de tour alcance un número máximo de ciclos $NCMAX$ (definido por el usuario) o todas las hormigas realicen el mismo tour. En este caso, es evidente que las hormigas han dejado de buscar nuevas soluciones.

A continuación, en el Pseudocódigo 1 se presenta el algoritmo *Ant Quantity* desarrollado por Dorigo et al. [1], y utilizado también en el presente trabajo:

```

t=0; /*t es contador de tiempo*/
nc=0; /*nc es el contador de ciclos*/
s=1; /*índice de la lista tabú*/
Para cada arco (i,j) inicializar  $T_{ij}(t) = c$ ; /*c es una constante positiva pequeña*/
Para cada arco (i,j)  $AT_{ij}(t) = 0$ ;
Colocar las  $MAXH$  hormigas en las  $MAXC$  ciudades;
Colocar la ciudad origen de la hormiga  $k$ -ésima en  $tabu_k(s)$ 

DO WHILE (nc<=NCMAX y que todas las hormigas no realicen el mismo tour)
  FOR t=1 hasta MAXC-1 /*se repite hasta que la lista tabú este llena*/
    s=s+1
    FOR i=1 hasta i<=MAXC
      FOR k=1 hasta k<=b(t)
        Elegir la ciudad  $j$  a mover, con probabilidad  $p_{ij}(t)$  dado por la ecuación (1);
        Mover la hormiga  $k$ -ésima a la ciudad;
        Insertar la ciudad  $j$  en  $tabu_k(s)$ ;
        Calcular  $AT_{ij}(t, t+1) = AT_{ij}(t, t+1) + Q / d_{ij}$ ;
      END FOR
    END FOR
    Para cada arco (i,j) calcular  $T_{ij}(t, t+1)$  según la ecuación (2);
    Para cada arco (i,j)  $AT_{ij}(t) = 0$ ;
  END FOR
  Guardar el camino más corto;
  nc=nc+1;
  IF (nc<=NCMAX)
    Vaciar todas las listas tabú;
    s=1;
    Colocar la ciudad origen de la hormiga  $k$ -ésima en  $tabu_k(s)$ ;
  END IF
END WHILE
Imprimir el mejor camino;

```

Pseudocódigo 1: *Ant-quantity* (M. Dorigo et al)

La mejora que se propone al algoritmo [1,8] presentado en el Pseudocódigo 1, consiste en inicializar la matriz de feromonas conforme:

$$T_{ij}(0) = f_{min} + \left[\frac{f_{max} - f_{min}}{d_{max} - d_{min}} \right] * (d_{max} - d_{ij}) \quad (5)$$

donde:

f_{max} es una constante definida como valor máximo de feromonas correspondiente a la menor distancia.

f_{min} es una constante definida como valor mínimo de feromonas correspondiente a la mayor distancia.

d_{max} mayor distancia de la matriz de datos d_{ij} .

d_{min} menor distancia de la matriz de datos d_{ij} .

Con esto, se privilegian los caminos más cortos en la probabilidad de que una hormiga elija cierta ciudad y como se verá en las próximas secciones, esta propuesta mejora notoriamente los resultados experimentales.

Como se puede apreciar en la Figura 3, a una mayor distancia le corresponde una cantidad menor de feromonas en $t=0$. Para los experimentos presentados en la sección 4 se considera $f_{max}=1000$ y $f_{min}=0.1$.

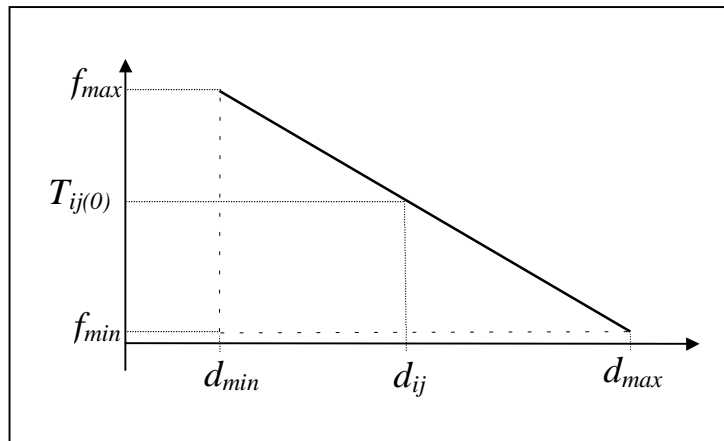


Figura 3: Escalamiento lineal de feromonas con respecto a la distancia para inicializar la matriz de feromonas.

4. Resultados experimentales

Para la implementación de los dos algoritmos AS, se utilizó como plataforma computacional una workstation DEC 3000 modelo 300 con procesador ALPHA de 150 MHz con 32 MB de memoria RAM y operando bajo el sistema operativo OSF/1 versión 2.0.

Para comparar el desempeño de los dos algoritmos se han realizado 10 corridas con cada combinación de los parámetros α , β y ρ . Cada parámetro posee un conjunto de valores con los que se realizaron las experimentaciones, como se muestra a continuación:

$$\alpha \in \{0.5; 1.0; 2.0\}$$

$$\beta \in \{2.0; 5.0; 10.0\}$$

$$\rho \in \{0.5; 0.9; 0.99\}$$

Por consiguiente, de lo expuesto arriba, existen 27 posibles combinaciones de los parámetros. En la Figura 4 se pueden apreciar los mejores resultados de cada corrida. Para resultados individuales se puede afirmar que el método de la matriz de feromonas escalada propuesto en el presente trabajo, converge a la solución óptima en menor tiempo y con menor dispersión, si bien ambos métodos llegaron a un tiempo mínimo de 0.049998 segundos, el método de Dorigo et al. no converge a una buena solución (2225 km de distancia), mientras que el método propuesto en este trabajo converge a la solución óptima (2195 km. de distancia).

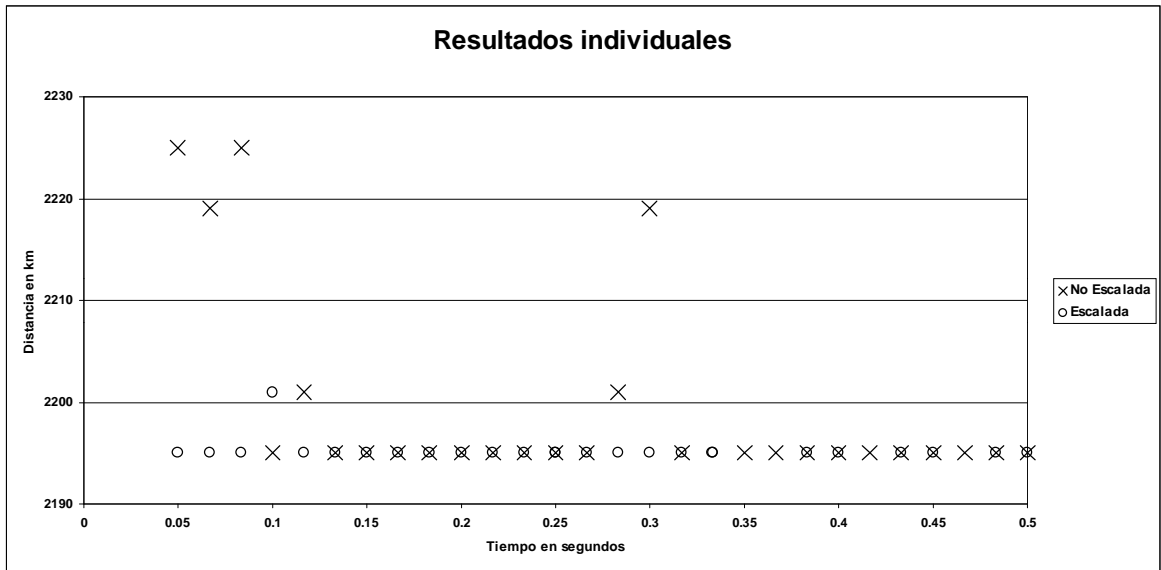


Figura 4: Gráfico con los mejores resultados de cada corrida

La Figura 5 grafica los mejores promedios de 10 corridas (distancia del tour en función del tiempo de cómputo para encontrar esta solución). En dicha figura, se puede apreciar que:

- La solución más rápida 0.1866 segundos encuentra un tour de 2255.7 km y corresponde al método propuesto en este trabajo.
- La solución óptima de 2195 km es encontrada con el método propuesto en 0.2383 segundos con $\alpha=2$, $\beta=10$, $\rho=0.9$ y en 0.3299 segundos con $\alpha=1$, $\beta=5$, $\rho=0.9$.
- Por su parte, el método de Dorigo et al. solo encuentra la solución óptima en 0.8149 segundos.

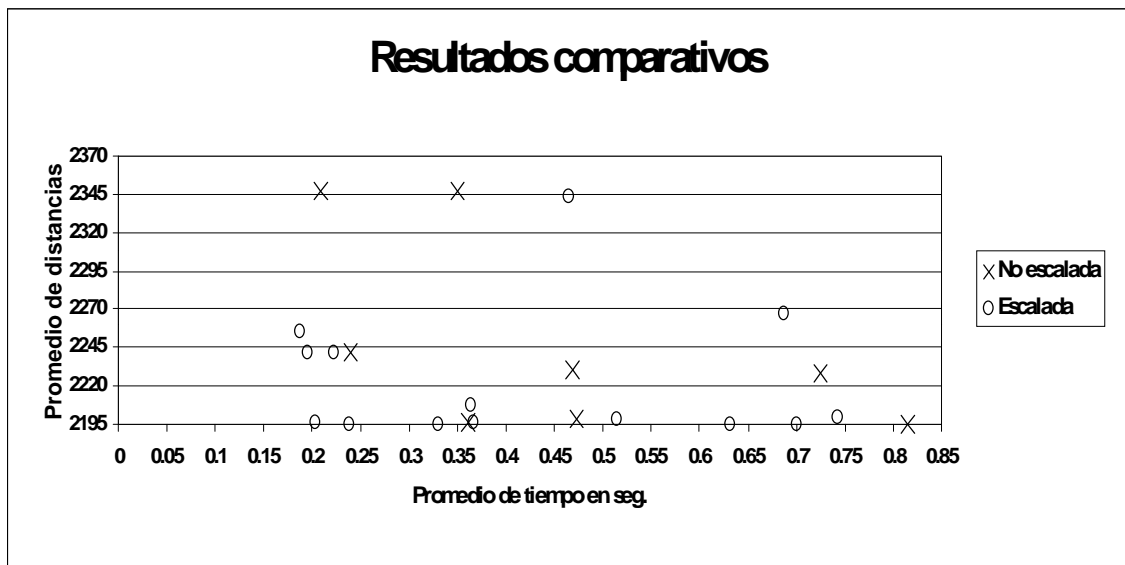


Figura 5: Gráfico con los mejores resultados promediados para 10 corridas sucesivas.

Los mejores promedios en tiempo y distancia están graficados en la Figura 6 formando una curva con los puntos óptimos (en el sentido de menor distancia y/o tiempo de cómputo). Se observa que el mejor resultado (0.2399 s - 2242.1 km) en tiempo y distancia obtenido por el algoritmo de Dorigo et al. no forma parte de la frontera óptima, que está totalmente definida por los resultados encontrados con nuestro método.

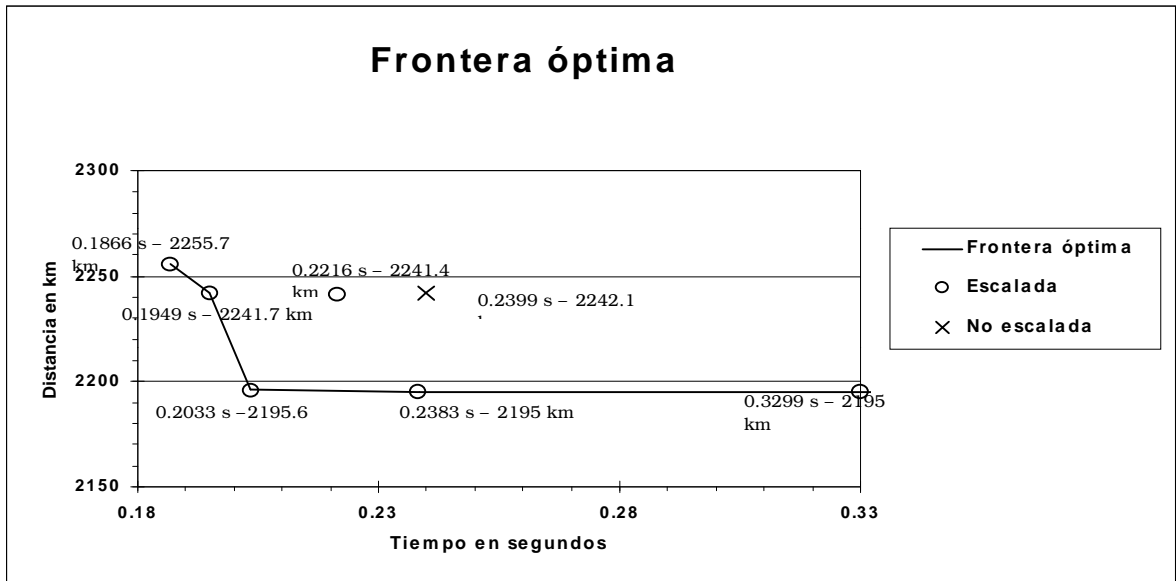


Figura 6: Gráfico con los mejores promedios de tiempo y distancia

En la Figura 7 se presenta el mapa del Paraguay con el mejor tour encontrado. Este tour representa una distancia de 2195 km, partiendo de cualquier ciudad y regresando a la misma después de haber recorrido todas las demás ciudades. Esta solución, promediada para 10 corridas y utilizando el método propuesto, fue encontrada con $\alpha=2$, $\beta=10$, $\rho=0.9$ con un tiempo de 0.2383 s. Sin embargo, con $\alpha=2$, $\beta=10$, $\rho=0.9$ sólo hubo 1 corrida que llegó a la solución óptima, 2195 km en 0.04999 s.

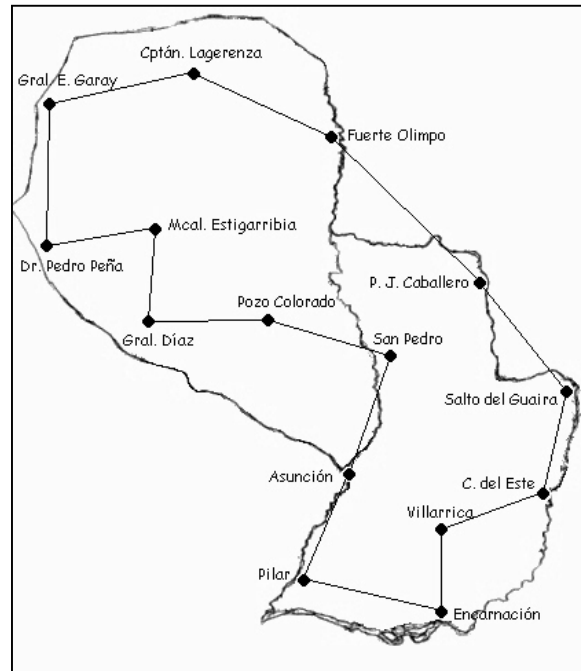


Figura 7: Mapa del Paraguay con la solución óptima

5. Conclusión

Se ha implementado una novedosa técnica de Inteligencia Artificial, conocida como *Ant System*, que basa su principio de funcionamiento en la observación de como las hormigas encuentran el camino más corto hasta su fuente de alimentación. Con esta técnica propuesta por Dorigo et al. [1] se resolvió el

problema del cajero viajante para 15 ciudades del Paraguay. Se propuso en el algoritmo original iniciar la matriz de feromonas, realizando un escalamiento a partir de la matriz de distancias (dato del problema), mejorando el desempeño del algoritmo.

Al implementar el algoritmo AS original y la propuesta presentada por los autores, fue posible concluir lo siguiente:

- La solución óptima para un mismo conjunto de parámetros α , β , y ρ , fue hallada en 0.238 segundos para el método propuesto, frente a 0.815 segundos por el algoritmo de Dorigo et al. (realizando 10 corridas para cada algoritmo).
- De los 27 experimentos realizados (cada uno con 10 corridas para ambos algoritmos) en 16 de ellos se encontró la solución óptima utilizando el algoritmo AS con la mejora propuesta en el presente trabajo. Sin embargo, con el algoritmo de Dorigo et al. sólo en 10 experimentaciones, de las 27 llevadas a cabo.
- Si se considera el promedio más rápido de corrida en los 27 experimentos, se observa que la propuesta de Dorigo et al. requiere de 0.208 s para encontrar un tour promedio de 2346.8 Km, mientras el método con inicialización de feromonas propuesto, requiere solo de 0.187 s para encontrar un mejor tour promedio de 2255.7 Km.

En resumen, la presente propuesta de iniciar la matriz de feromonas encuentra la solución óptima con mayor frecuencia y en menores tiempos de ejecución. Debido a los excelentes resultados experimentales obtenidos, se continuará trabajando con la novedosa técnica de los *Ant System*, especialmente en lo referente a su paralelización en sistemas distribuidos, en base a los agentes móviles llamados *hormigas*.

Referencias

- [1] Dorigo M y Maniezzo V y Colorni A., "Ant System: An Autocatalytic Optimizing Process". *Technical Report 91-016*, Dipartimento di Electronica e Informazione - Politecnico di Milano, Italia, pp. 1-26, 1991.
- [2] Melo Ismael A., A través de feromonas los animales mantienen comunicación, URL: <http://www.uam.mx/organo-uam/documentos/V-II/ii31-12.html>.
- [3] Dorigo M., Maniezzo V y Colorni A., "An investigation of some properties of an Ant algorithm". *Proceedings of the Parallel Problem solving from Nature Conference (PPSN 92)*, Bruselas - Bélgica, 1992.
- [4] Gambardella L. y Dorigo M., "HAS-SOP: An Hybrid Ant system for the Sequential Ordering Problem", *Technical Report IDSIA II-97*, Lugano-Suiza, 1997.
- [5] Dorigo M., Ant Colony Optimization, URL: <http://iridia.ulb.ac.be/dorigo/ACO/ACO.html>.
- [6] Di Caro G. y Dorigo M., "Mobile Agents for Adaptive Routing", *Proceedings of the 31st Hawaii International Conference on System*, Hawaii, 1998.
- [7] Mark's Traveling Salesman Problem Page, URL: <http://www.ececs.uc.edu/~mnoschan/sale.html#section5>.
- [8] Dorigo M., Maniezzo M. y Colorni A., "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, USA, Vol. 26, No. 1, pp. 1-13, 1996.
- [9] Dorigo M., Gambardella L., "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Estados Unidos, Vol. 1, No. 1, pp. 53-66, 1997.
- [10] Gutierrez M., De los Cobos S., Perez B., *Búsqueda Tabú: Un Procedimiento Heurístico para Solucionar Problemas de Optimización Combinatorial*. URL: http://www.wazc.uam.mx/enlinea2/art_bt看/tabuline.htm.

