

Descomposición Solapada de Sistemas de Ecuaciones Lineales para su Resolución en Sistemas Distribuidos Heterogéneos

Diana Benítez Cáceres
dbenitez@cnc.una.py

Benjamín Barán Cegla
bbaran@cnc.una.py

Centro Nacional de Computación
Universidad Nacional de Asunción
Casilla de Correos 1439, Campus Universitario,
San Lorenzo, Paraguay
teléfono (+595 21) 585550

RESUMEN

El presente trabajo propone la utilización de un método semi-automático para descomponer un sistema de ecuaciones a fin de optimizar su resolución utilizando sistemas distribuidos heterogéneos.

El método propuesto, se muestra especialmente útil con determinados sistemas de ecuaciones que poseen algunas ecuaciones *críticas* que dificultan la elección del procesador más adecuado para incluirlas. Problemas con ecuaciones críticas complican la partición en subsistemas y en casos extremos, el sistema puede no converger si no se toman medidas adecuadas.

Una manera de salvar esta dificultad es asignar dichas ecuaciones a más de un procesador, realizando el llamado *solapamiento parcial*. El método propuesto descompone el sistema de ecuaciones teniendo en cuenta las ecuaciones críticas y el balanceamiento computacional requerido, conforme a la *performance* relativa de los procesadores. Así mismo, el trabajo presenta resultados experimentales utilizando sistemas ejemplos que avalan la presente propuesta.

Palabras claves: *Partición de sistemas - Paralelismo - Método iterativo – Matriz de comparación - Radio espectral.*

1 INTRODUCCIÓN

Las implementaciones paralelas de algoritmos iterativos se presentan como una opción muy atractiva dentro del contexto de la computación distribuida [1]. Para aprovechar sus ventajas en la resolución de sistemas de ecuaciones de gran porte es necesario descomponer el sistema en subsistemas menores, los cuales pueden ser asignados a distintos procesadores de un sistema distribuido para su resolución distribuida. Esta descomposición está condicionada por dos factores:

- a) la capacidad de procesamiento relativo de cada máquina del sistema distribuido, factor que determina las dimensiones de los subsistemas asignados a cada procesador;
- b) el grado de acoplamiento que puedan tener los subsistemas entre sí, lo que determina la dependencia entre las variables y por consiguiente, influye en la convergencia del algoritmo [2].

Existen diversos métodos de descomposición [2-6], pero no todos ellos tienen en cuenta todas las variables del problema. Así, el sistema debe descomponerse de forma tal que a cada procesador se le asigne un subsistema de dimensión proporcional a su performance, y que la dependencia entre las variables actualizadas por cada procesador facilite la convergencia del algoritmo iterativo a ser utilizado.

En todo el proceso de descomposición, debe tenerse en cuenta que en ciertos casos existen ecuaciones críticas que dificultan la elección del procesador más adecuado para incluirlas. Problemas con ecuaciones críticas complican la partición en subsistemas y en casos extremos, el sistema puede no converger. Se presenta entonces, en este trabajo, la utilización de *solapamiento parcial* (*partial overlapping*) [6] en conjunto con un método anteriormente publicado [9-10] para conseguir particiones que conlleven a una buena convergencia del método iterativo utilizado en la resolución de los diversos sistemas de ecuaciones. Así mismo, se presentan resultados experimentales utilizando sistemas ejemplos que avalan la presente propuesta.

En la sección 2 se describe brevemente el método utilizado para la descomposición, en la sección 3 se explica la técnica del solapamiento parcial así como ejemplos ilustrativos y en la sección 4 se presentan las conclusiones.

2 MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN UTILIZADO

Dado un sistema de n ecuaciones con n incógnitas que se desea resolver con un sistema distribuido de p procesadores, posiblemente heterogéneos, el método de descomposición propuesto [9-10] utiliza una matriz M de dimensión $n \times n$ y elementos diagonales no nulos ($m_{ii} \neq 0$), cuyos elementos m_{ij} ($i \neq j$) representan el acoplamiento existente entre las incógnitas i y j respectivamente. Básicamente, el método propuesto consiste en la formación de p subsistemas a partir de p incógnitas iniciales, llamadas *semillas*, donde p representa también el número de procesadores. A estas incógnitas semillas se van agregando las demás incógnitas del sistema hasta que este quede totalmente descompuesto en p

subsistemas, de dimensiones relativas especificadas conforme a la performance relativa entre los procesadores. En esta descomposición se tienen en cuenta los dos factores mencionados en la sección 1 así como las ecuaciones críticas que pueden causar que la resolución no converja.

El método está compuesto por cuatro etapas: clasificación de incógnitas, selección de semillas, formación de particiones y selección de la mejor partición, esquematizado en la figura 1.

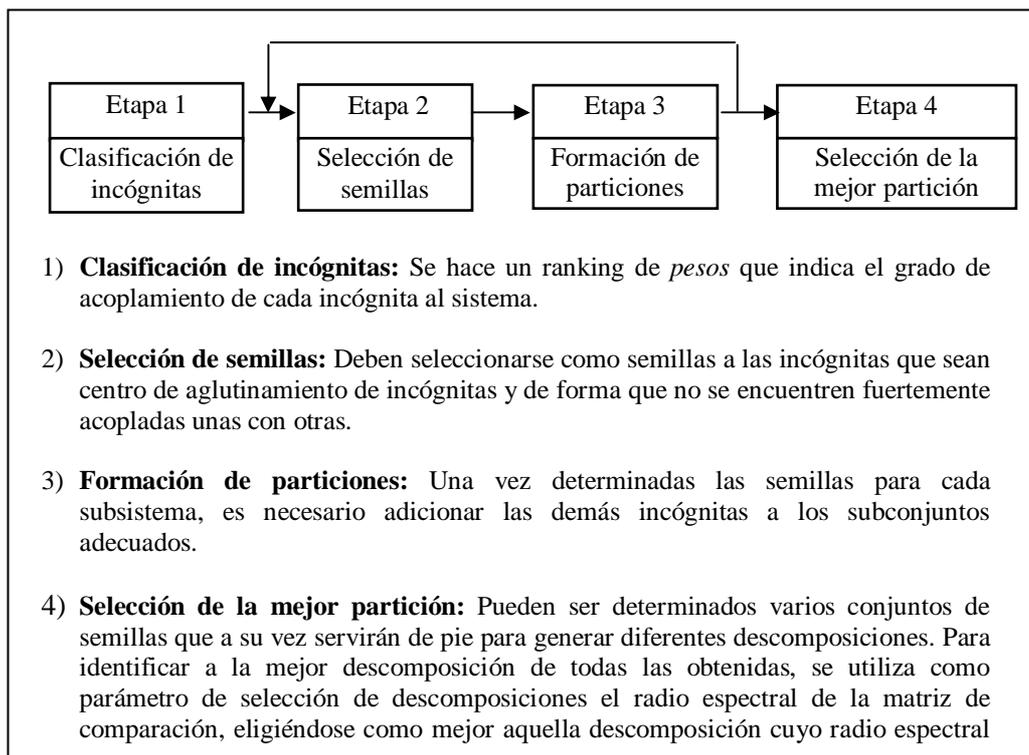


Figura 1 : Etapas del método de descomposición.

3 SOLAPAMIENTO PARCIAL

Como se dijo anteriormente, las características particulares de un sistema de ecuaciones pueden ocasionar que para ciertas ecuaciones (llamadas en el marco de este trabajo ecuaciones “críticas”) sea difícil realizar una decisión acertada en lo que respecta al procesador al cual deberán ser asignadas.

Entonces se asigna dicha ecuación a más de un procesador, realizando el llamado *solapamiento parcial* [6], buscando de esta forma mejorar la convergencia del método de resolución. Para explicar mejor el concepto de solapamiento parcial, se presenta a continuación un ejemplo ilustrativo:

Ejemplo 1: resolver el siguiente sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas por el método bloque-Jacobi, utilizando un sistema distribuido de dos procesadores idénticos (P_1 y P_2).

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 0 \\ 0.08 & 1 & 0.1 \\ 0 & 12 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Este sistema de ecuaciones puede ser representado por el siguiente grafo:

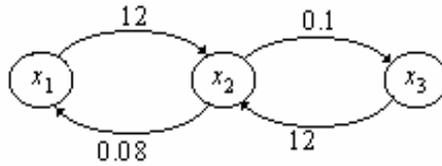


Figura 2: Grafo del Ejemplo 1.

donde los nodos representan las incógnitas y las ramas representan los acoplamientos entre las incógnitas, obtenidos a partir de los coeficientes del sistema de ecuaciones. De este modo, la incógnita x_2 se encuentra muy fuertemente acoplada con las incógnitas x_1 y x_3 , las cuales no se encuentran acopladas entre sí. La influencia de estos acoplamientos en el comportamiento del método iterativo se verificará en los algoritmos que serán presentados a continuación.

En principio, el sistema puede ser descompuesto de tres formas posibles:

$$\begin{array}{ll} \text{Descomposición A:} & \{x_1, x_2\} \Rightarrow P_1 \quad \text{y} \quad \{x_3\} \Rightarrow P_2 \\ \text{Descomposición B:} & \{x_2, x_3\} \Rightarrow P_1 \quad \text{y} \quad \{x_1\} \Rightarrow P_2 \\ \text{Descomposición C:} & \{x_1, x_3\} \Rightarrow P_1 \quad \text{y} \quad \{x_2\} \Rightarrow P_2 \end{array}$$

De manera a considerar el criterio de convergencia presentado en [7-8], se calculará el radio espectral de la matriz de comparación para cada descomposición. Primero consideremos la descomposición A en la que a un procesador (P_1) le son asignadas las dos primeras ecuaciones del sistema, mientras que al otro procesador (P_2) se le asigna la tercera ecuación.

Así el algoritmo iterativo síncrono será:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 0.08 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} [x_3(k)] \right\} \Rightarrow P_1 \quad (2)$$

$$[x_3(k+1)] = 3^{-1} \left\{ b_3 - [0 \ 12] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_2 \quad (3)$$

Se puede apreciar en (3) que el elemento m_{ij} de valor 12 en la ecuación (1) refleja un alto grado de dependencia (acoplamiento) de la incógnita x_3 con respecto a la incógnita x_2 , actualizada por el procesador P_2 .

Los elementos de la matriz de comparación \mathbf{H} (definida en [1]) son las normas de las

matrices bloques que componen la matriz de iteraciones. Entonces:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \left\| \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 0.08 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \right\| \\ \left\| 3^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 12 \end{bmatrix} \right\| & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1.1539 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

de donde el radio espectral ρ de la matriz de comparación \mathbf{H} es: $\rho(\mathbf{H}) = \sqrt{1.1539 \times 4} = 2.1484 > 1$.

En consecuencia, la descomposición A no presenta buenas perspectivas de convergencia, dado que no cumple la condición suficiente de convergencia [7-8] $\rho(\mathbf{H}) < 1$.

Haciendo el mismo análisis para las demás descomposiciones (B y C), resulta:

	Descomposición A	Descomposición B	Descomposición C
$\rho(\mathbf{H})$	2.1484	1.7888	1.0392
número de iteraciones	no converge	no converge	no converge
tiempo	no converge	no converge	no converge

Tabla 1 : Resultados de la resolución del Ejemplo 1.

Se puede observar en la tabla 1 que ninguna de las tres descomposiciones cumple con la condición suficiente de convergencia $\rho(\mathbf{H}) < 1$ y de hecho, no convergen.. En consecuencia, se presenta a continuación la técnica de solapamiento parcial para intentar descomponer el Ejemplo 1.

Para esto, se partirá el problema anterior de la siguiente manera: la segunda ecuación del sistema (ecuación crítica) se replicará en ambos procesadores, esto es: P_1 resolverá las ecuaciones 1 y 2 del sistema, mientras P_2 resolverá las ecuaciones 2 y 3. En este caso, el nuevo sistema de ecuaciones a ser resuelto, denominado *sistema expandido* [6], tiene una dimensión expandida $n' = 4$, y puede ser representado por:

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 0 & 0 \\ 0.08 & 1 & 0 & 0.1 \\ 0.08 & 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 12 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_{21} \\ x_{22} \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

y en forma de grafo por la figura 3.

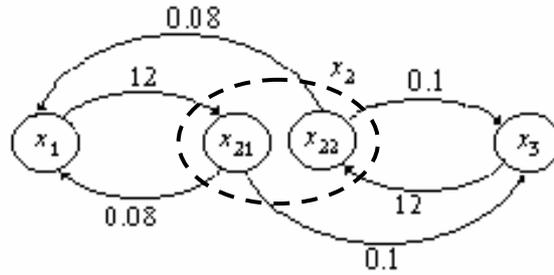


Figura 3: Grafo del Ejemplo1 (sistema expandido).

Note que ahora se tienen dos versiones diferentes de la variable x_2 , estas son: x_{21} y x_{22} . En consecuencia, cada procesador implementará el algoritmo de Jacobi conforme:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_{21}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 0.08 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{22}(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_1 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_{22}(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 12 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.08 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_{21}(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_2 \quad (7)$$

En forma análoga al caso anterior, se construye la matriz \mathbf{H} de comparación:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \left\| \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 0.08 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \right\| \\ \left\| \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 12 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.08 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\| & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1.1539 \\ 0.5333 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

cuyo radio espectral, que satisface la condición suficiente de convergencia, aún en un contexto computacional asíncrono.

En la tabla 2, se muestran los resultados experimentales obtenidos al resolver el Ejemplo 1 utilizando un sistema distribuido compuesto por dos procesadores idénticos. Se puede observar que solo en el caso de solapamiento parcial el sistema de ecuaciones converge a la solución.

	Descomposición A	Descomposición B	Descomposición C	Descomposición con Solapamiento
$\rho(\mathbf{H})$	2.1484	1.7888	1.0392	0.7845
número de iteraciones	no converge	no converge	no converge	29
tiempo	no converge	no converge	no converge	1 s.

Tabla 2 : Resultados de la resolución del Ejemplo 1.

□

En conclusión, el solapamiento parcial permite resolver en forma alternativa problemas que no podrían ser resueltos con una simple partición de las ecuaciones correspondientes a dicho problema.

Se presenta a continuación otro ejemplo ilustrativo de cómo la técnica de solapamiento parcial puede mejorar la convergencia de los métodos iterativos en la resolución de un sistema lineal de ecuaciones.

Ejemplo 2: resolver el siguiente sistema lineal de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas por el método bloque-Jacobi, utilizando un sistema distribuido de tres procesadores idénticos (P_1 , P_2 y P_3).

$$\begin{bmatrix} 10 & 2 & 2 & 10 \\ 1 & 10 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 10 & 10 \\ 5 & 5 & 5 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Aplicando el método de descomposición tradicional [9-10] sin utilizar la técnica de solapamiento parcial para las ecuaciones críticas, se obtiene la siguiente descomposición:

Procesador	Incógnitas
P_1	x_1 y x_4
P_2	x_2
P_3	x_3

Tabla 3: Descomposición del Ejemplo 2, sin solapamiento parcial.

Así el algoritmo iterativo síncrono será:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5 & 100 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} [x_2(k)] - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} [x_3(k)] \right\} \Rightarrow P_1 \quad (10)$$

$$[x_2(k+1)] = 10^{-1} \left\{ b_2 - [1 \ 10] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} - 1[x_3(k)] \right\} \Rightarrow P_2 \quad (11)$$

$$[x_3(k+1)] = 10^{-1} \left\{ b_3 - [2 \ 10] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} - 1[x_2(k)] \right\} \Rightarrow P_3 \quad (12)$$

El radio espectral de la matriz comparación $\rho(\mathbf{H}) = 0.4505$, lo que indica que se cumple la condición suficiente de convergencia establecida en [7-8].

Ahora se utilizará la técnica de solapamiento parcial para descomponer el Ejemplo 2 y ver si la descomposición solapada presenta mejoras en la convergencia.

Para esto, se partirá el problema anterior de la siguiente manera: la cuarta ecuación del sistema (ecuación crítica) se replicará en los tres procesadores. Se puede notar que en realidad se tendrán tres versiones de la incógnita x_4 (x_{41} , x_{42} y x_{43}). Esto implica un aumento en el número total de incógnitas, pero la presencia de la ecuación crítica 4 hace que esta técnica sea justificada, como se verá mas adelante. En este caso, el nuevo sistema de ecuaciones a ser resuelto, denominado *sistema expandido*, tiene una dimensión expandida $n'= 6$, y puede ser representado por:

$$\begin{bmatrix} 10 & 10 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 100 & 5 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 10 & 10 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 5 & 100 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 10 & 10 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_{41} \\ x_2 \\ x_{42} \\ x_3 \\ x_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (9')$$

Aplicando el método de descomposición con solapamiento parcial para la ecuación crítica 4, se obtiene la siguiente descomposición:

Procesador	Incógnitas
P ₁	x_1 y x_{41}
P ₂	x_2 y x_{42}
P ₃	x_3 y x_{43}

Tabla 4: Descomposición del Ejemplo 2, con solapamiento parcial.

Así, el algoritmo iterativo síncrono será:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_{41}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5 & 100 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(k) \\ x_{42}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_{43}(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_1 \quad (10')$$

$$\begin{bmatrix} x_2(k+1) \\ x_{42}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5 & 100 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_2 \\ b_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_{41}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3(k) \\ x_{43}(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_2 \quad (11')$$

$$\begin{bmatrix} x_3(k+1) \\ x_{43}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 5 & 100 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_{41}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(k) \\ x_{42}(k) \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow P_3 \quad (12')$$

El radio espectral de la matriz comparación $\rho(\mathbf{H}') = 0.2105$, lo que indica que se cumple la condición de convergencia establecida en [7-8] y que además, como:

$$\rho(\mathbf{H}') = 0.2105 < \rho(\mathbf{H}) = 0.4505 < 1 \quad (13)$$

se puede esperar que el algoritmo iterativo del sistema expandido convergerá más

rápida para el caso con solapamiento.

Ambos algoritmos iterativos fueron implementados en computadora y la simulación presentó los siguientes resultados:

	Sin Solapamiento	Con Solapamiento
radio espectral de la matriz de comparación	0.4505	0.2105
número de iteraciones	14	9
tiempo secuencial	0.435 s.	0.3976 s.

Tabla 5 : Resultados de la resolución del Ejemplo 2.

□

Es decir que si se utiliza el radio espectral de la matriz de comparación como criterio de selección de descomposiciones, como se presentó en [9-10]; la descomposición con solapamiento es seleccionada como mejor y como lo demuestran los resultados converge en un número menor de iteraciones y en menor tiempo.

4 CONCLUSIONES

Los métodos de descomposición de sistemas de ecuaciones tradicionalmente utilizados además de no poseer dominio sobre la cantidad de subsistemas en el cual el sistema en estudio es descompuesto y sobre el tamaño relativo de los subsistemas, no tienen en cuenta la existencia de las ecuaciones críticas que pueden complicar la descomposición y en ciertos casos, conducir a que el sistema no converja.

Este trabajo presentó la utilización del *solapamiento parcial* (*partial overlapping*) [6] en conjunto con un método anteriormente publicado [9-10] para conseguir particiones que conlleven a una buena convergencia del método iterativo utilizado en la resolución de los diversos sistemas de ecuaciones.

De los resultados experimentales se puede concluir que:

- el *solapamiento parcial* permite resolver en forma alternativa problemas que no podrían ser resueltos con una simple partición de las ecuaciones correspondientes a dicho problema, como lo demuestra el Ejemplo 1.
- el radio espectral de la matriz de comparación es un buen criterio de selección de descomposiciones como lo demuestra el Ejemplo 2.

En resumen, la presente propuesta nos brinda una solución superior a las hoy existentes para la descomposición de sistemas lineales especiales de ecuaciones (con ecuaciones críticas) con el objeto de resolverlos en sistemas distribuidos heterogéneos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Barán B., Kaszkurewicz E. y Bhaya A., “Parallel Asynchronous Team Algorithms: Convergence and Performance Analysis”. *IEEE Transactions on Parallel & Distributed Systems*. Vol. 7, no. 7, pp. 677-688, Julio 1996.
- [2] Vale M.H., *Descomposição de Redes Eléctricas para Procesamiento Paralelo*. Tesis Doctoral COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, Brasil, 1995.
- [3] Vale M.H., Falcão D.M. y Kaszkurewicz E., “Electrical Power Network Decomposition for Parallel Computations”. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, (ISCAS 92). San Diego, California, 1992.
- [4] Carré B.A., “Solution of Load-Flow by Partitioning Systems into Trees”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-88, pp. 1931-1938, Noviembre 1968.
- [5] Sezer M. y Šiljak D.D., “Nested epsilon decompositions of complex systems”. *IFAC 9th World Congress*, Budapest, Hungría. Julio 1984.
- [6] Ikeda M. y Šiljak D.D., “Overlapping decomposition, expansions and contractions of dynamic systems”. *Large Scale System 1*, North-Holland Publishing Co., pp.29-38, 1980.
- [7] Barán B., Kaszkurewicz E. y Falcão D.M., “Team Algorithm in Distributed Load Flow Computations”, *IEE Proceeding on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 142, no. 6, pp. 583-588, Noviembre 1995.
- [8] Barán B., *Estudio de Algoritmos Combinados Paralelos Asíncronos*. Tesis Doctoral COPPE/UFRJ. Río de Janeiro, Brasil. Octubre 1993.
- [9] Barán B., Benítez D., Ramos R., “Partición de Sistemas de Ecuaciones para su Resolución Distribuida”, *XXII Conferencia Latinoamericana de Informática CLEI 96*, Bogotá - Colombia. Junio 1996.
- [10] Barán B., Benítez D., Ramos R., “Partición de Sistemas Eléctricos en Subsistemas Menores para su Resolución Distribuida”, *VII Encuentro Regional Latinoamericano de la CIGRÉ - VII ERLAC*, Puerto Yguazú – Argentina, Mayo 1997.